

POURQUOI LA GÉOMÉTRIE EST DEVENUE L'ESPACE ?

Laura Weiss

Université de Genève

INTRODUCTION

Le plan d'études romand (PER), introduit en 2011 pour les trois cycles d'enseignement obligatoire, structure les contenus notionnels des mathématiques en quatre grands chapitres : *Espace, Nombres, Opérations et Grandeurs et mesures*. A l'école primaire, les objectifs d'apprentissage concernant l'Espace, dont on remarquera qu'il est le premier du réseau d'objectifs, sont formulés de la façon suivante : pour le premier cycle (enfants de 4 à 8 ans), il s'agit d'« explorer l'espace », pour le deuxième (enfants de 9 à 12 ans) de « poser et résoudre des problèmes pour structurer le plan et l'espace ». Ce domaine se décline au premier cycle en « figures et transformations géométriques », qui sont séparées au deuxième cycle, et « repérage dans le plan et dans l'espace » qui garde son intitulé. L'autre chapitre, qui faisait traditionnellement partie de la géométrie, à savoir la mesure et le calcul des grandeurs d'où le suffixe « métrie », n'arrive qu'en 4^e position, peut-être pour mieux le distinguer de l'Espace. Les objectifs d'apprentissage « Comparer et sérier des grandeurs », puis « Utiliser la mesure pour comparer des grandeurs », ne mentionnent d'ailleurs pas prioritairement les dimensions de l'espace.

Ces objectifs découpent selon une certaine logique des contenus qui auparavant appartenaient tous à la géométrie. Quand cette modification a-t-elle eu lieu ? Dans quel but ? Cela permet-il un meilleur enseignement-apprentissage de ces objets ? Conscients qu'il ne nous est pas possible de répondre à la dernière de ces questions, nous pensons cependant intéressant d'explorer l'enseignement de l'espace du temps où il s'appelait géométrie, en particulier dans le canton de Genève.

CORPUS ET METHODE D'ANALYSE

Notre recherche pourrait être caractérisée de « *didactique historique* » par Bishop (2010). En effet, nous avons recherché les plans d'études et programmes (PE) genevois de mathématiques de l'Ecole primaire (EP) en ayant pu remonter jusqu'en 1867, d'où le terme historique. Mais comme nous nous intéressons aux contenus, et si possible aux démarches d'enseignement, cette recherche appartient aussi au champ de la didactique. La période parcourue part de la fin du XIX^e siècle pour arriver au dernier PE avant le PER actuel. Au vu du nombre d'années et de la difficulté à trouver ces documents, nous travaillons par « carottage », en analysant l'enseignement prescrit de la géométrie à différents moments.

Comme nous nous basons sur des documents officiels, nous ne prétendons pas brosser le tableau de ce qui était effectivement enseigné dans chaque classe avec ses caractéristiques propres, ses degrés uniques ou multiples et encore moins de ce qui était réellement appris par chaque élève avec ses difficultés spécifiques, mais bien présenter ce que la direction de l'enseignement primaire considérait devoir faire partie d'un programme de mathématiques préparant les élèves à entrer dans les multiples écoles du secondaire inférieur¹, puis après son unification, au cycle d'orientation. C'était ensuite de la responsabilité de chaque enseignant, sous le contrôle des inspecteurs et en s'appuyant sur les manuels scolaires rédigés souvent à Genève par des mathématiciens enseignants secondaires, de suivre ces prescriptions en adaptant son enseignement à ses élèves par la transposition didactique interne (Chevallard, 1985).

Notre analyse des PE se fait à plusieurs niveaux. D'abord, nous relevons les degrés concernés par l'enseignement de la géométrie, la durée hebdomadaire qui lui est accordée, les contenus d'enseignement à travers des intitulés des sujets. D'une année à l'autre ou d'une période à l'autre, nous

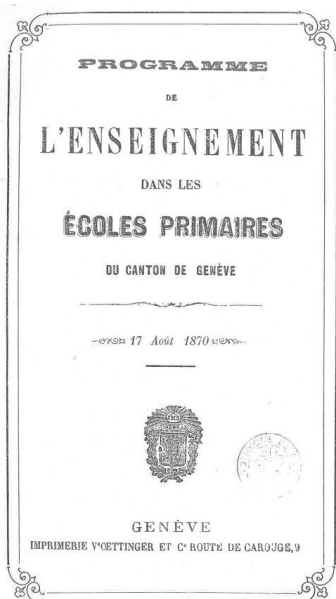
¹ Le secondaire inférieur regroupait jusqu'en 1969 plusieurs institutions différentes selon le sexe, les ambitions scolaires et le lieu d'habitation des élèves, ville ou campagne.

notons les changements. A un niveau plus fin, nous tentons de dégager les finalités de cet enseignement. Nous prenons note des liens proposés avec d'autres disciplines, qui permettent aussi de comprendre le type d'enseignement prescrit. Nous cherchons ainsi à catégoriser « quelle géométrie pour quel âge ? ».

LA FIN DU XIX^E SIÈCLE ET LE DÉBUT DU XX^E

En 1867, la géométrie n'est pas une branche mentionnée à part. Elle apparaît dans le programme du 6^e degré sous l'intitulé « Arithmétique » : « Toisé², notions élémentaires de géométrie appliquée à la mesure des surfaces et des solides – Lignes, angles, figures ».

En 1870, elle a gagné le statut de branche scolaire enseignée à partir de la 5^e³ primaire, mais tient en une seule ligne : « Lignes, angles, Figures. Mesure des surfaces planes ». Pour la 6^e, le programme indique « Notions élémentaires de géométrie appliquée à la mesure des surfaces et des volumes; applications à l'arpentage ». A l'époque, il n'y a pas d'indication du temps hebdomadaire à lui accorder.



2 Mesures et calculs de dimensions.

3 Actuelle 7^e HarmoS (élèves de 10-11 ans). Nous gardons les dénominations de l'époque.

Bien que ces prescriptions soient très concises, elles montrent que la géométrie est ici essentiellement assimilée à la mesure de l'espace (longueurs, aires et volumes). Toutefois, sa « descente » en 5^e et sa séparation de l'arithmétique montrent qu'elle a gagné de l'importance. Une autre branche est apparue dans le PE en 1870, c'est le dessin qui prévoit dès la 3^e le « Tracé des lignes et des angles. Figures élémentaires » pour continuer en 4^e avec « Figures géométriques tracées d'après le modèle graphique, à main levée, sans règle ni compas. Combinaison de ces figures » et progresser encore en 5^e et 6^e où il est prévu « Dessin des figures géométriques » sans autre précision. Sans que cela soit de la géométrie de construction aux instruments, le dessin vient ici apporter complément à la géométrie.

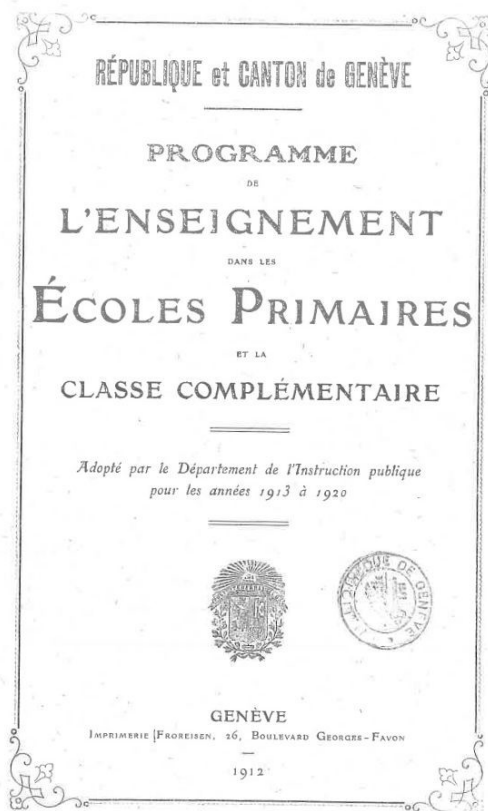
Vingt ans plus tard (1893), les élèves ont un programme de géométrie très chargé : elle est prescrite dès la 3^e primaire et jusqu'à la 6^e à raison de 2h par semaine sur un total de 30 heures hebdomadaires d'école. De plus, déjà en 2^e, il est fait mention de « notions de géométrie » intégrées aux 6 leçons d'une demi-heure de dessin, comme « le point, la ligne horizontale et verticale, les figures géométriques les plus simples » dont l'étude doit se faire à l'aide d'objets concrets. En 3^e année, les élèves apprennent « le tracé et l'explication du triangle, du carré et du rectangle ». La géométrie comprend toujours la mesure qui est indiquée explicitement « la mesure de ces deux dernières figures », sans précision s'il s'agit de l'aire ou du périmètre⁴, mais probablement la première. En 4^e, le programme ajoute aux triangles « les quadrilatères et la construction de ces figures », introduisant implicitement les techniques d'utilisation des instruments et une autre facette de la géométrie : la construction. En 5^e le programme est encore plus complet avec les « tracé et mesure des polygones réguliers, irréguliers et du cercle » et l'introduction des solides, « cube, paral-

4 La confusion persiste dans la langue française entre la ligne polygonale fermée et la surface comprise dans cette ligne pour les polygones, à la différence du cercle dont les termes « circonférence » avant les années soixante pour la ligne et disque aujourd'hui pour la surface permettent de distinguer ces deux concepts.

lélépipède, leur surface et leur volume; prisme, cylindre pyramide et cône, leur surface ». Enfin en 6^e, on trouve le « développement des surfaces » et la « construction de ces développements ». Le programme ajoute encore les « solides tronqués par un plan parallèle à la base » et de « nombreuses applications pratiques ». Les élèves ont donc étudié non seulement les formes géométriques, mais leur construction et par conséquent au moins quelques-unes de leurs propriétés.

En 1913, le programme a été augmenté et des précisions sont ajoutées. D'abord, l'intitulé est devenu « géométrie et travail constructif » et en 5^e et 6^e, il est différencié selon le sexe, les filles n'ayant qu'une heure par semaine de géométrie, alors que les garçons en ont deux. Cette différenciation sexuée existe aussi pour le dessin dès la 1^{ère} primaire, les garçons devant pratiquer le dessin pendant trois heures alors que les filles ne bénéficient que de deux heures, comme pour l'écriture en 1^{ère} et 2^e. Si pour l'écriture nous supposons que la meilleure motricité fine des filles leur permet de progresser plus rapidement que leurs camarades, nous supposons que l'heure supplémentaire de géométrie est une différenciation voulue pour mieux préparer les garçons aux métiers manuels. Ensuite, les instruments sont mentionnés : rapporteur pour la mesure des angles, et compas, règle, équerre et rapporteur pour la construction des figures (triangles et quadrilatères) en 3^e et la « construction de rectangles équivalents à ces diverses figures » qui prépare les calculs d'aires. Les garçons doivent aussi faire du travail constructif avec le cube et le parallélépipède, « coupe, développement et construction de ces solides ». En 4^e, les garçons, qui apprennent parallèlement la perspective cavalière en dessin, continuent le travail constructif et le développement des solides, y compris celui du cylindre. Garçons et filles apprennent à tracer la « circonférence » et « sa division en 4, 6 et 8 parties pour la construction du carré, de l'hexagone et de l'octogone » et étudient les « polygones réguliers inscrits ». Les aires des polygones réguliers sont calculées en déter-

minant « graphiquement⁵ » les apothèmes⁶. Enfin en 6^e, les filles complètent ce qu'elles n'ont pas vu précédemment pour les développements, les aires et les volumes, alors que les garçons étudient les aires des polygones irréguliers, le développement et l'aire de la pyramide et du cône, et leur volume⁷. A la campagne les garçons font en plus des « exercices de toisé et de cubage d'après des mesures prises sur place ».



Plan d'étude de 1912

La géométrie à cheval entre les deux siècles se concentre donc sur la définition des formes géométriques, leur mesure (aires et volumes) et leur construction aux instru-

5 Nous l'interprétons par mesure de la longueur sur un dessin à l'échelle.

6 L'apothème est la hauteur des triangles isocèles qui composent un polygone régulier. Elle permet de calculer l'aire du polygone.

7 Avec le PER, c'est en 11^e HarmoS (élèves de 14-15 ans) que sont étudiés développements et cylindre et pyramide, le cône et sphère ne devant qu'être reconnus.

ments. Les propriétés des objets de géométrie ne sont pas explicitement mentionnées, mais elles sont nécessaires pour la construction. Nous ne pouvons qu'être impressionnés par la quantité de matière que comportent ces PE pour des enfants aussi jeunes.

LE MILIEU DU XX^E SIÈCLE

En 1951, est réédité le plan d'études épuisé de 1942. La géométrie est toujours une branche séparée de l'arithmétique et n'est, à nouveau, enseignée qu'à partir de la 5^e, pendant une heure hebdomadaire pour les filles et les garçons. Ce PE est enrichi de commentaires sur les disciplines. Pour la géométrie, il est rappelé à l'enseignant d'initier la géométrie déjà dans les petites classes, à travers des comparaisons avec des objets du monde concret, mais il s'agit surtout de la mesure et de l'estimation de celle-ci. Pourtant le programme, donné par trimestre, comporte en 5^e les définitions des objets (ligne, point, angles, perpendiculaires, parallèles), la construction des angles et leur mesure, des quadrilatères et l'observation de leurs propriétés et des triangles ; en 6^e l'étude des différents triangles et la somme des angles ; la construction du trapèze ; la construction de l'hexagone et de l'octogone. En 7^{es}, le PE prévoit les droites remarquables du triangle et le développement du parallélépipède et du cube.

Quinze ans plus tard (1966), un nouveau changement a lieu : arithmétique et géométrie se rapprochent dans la mesure où la durée hebdomadaire d'étude de ces deux sous-disciplines (qui ne sont pas encore appelées collectivement mathématiques⁹) est indiquée globalement : 3h15 en 2^e et 3^e années, 3h45 de la 4^e à la 6^e¹⁰. Les contenus sont précédés d'un texte qui explique

8 La 7^e regroupait à l'époque toutes les filles et les garçons qui n'étaient pas entrés au collège inférieur (3 premières années du collège, élèves de 13 à 15 ans).

9 Le terme mathématique apparaît dans les PE qui sont édités après la généralisation de la réforme des « maths modernes ». Le choix du singulier veut mettre en évidence qu'il n'y a qu'une seule mathématique, unifiée grâce aux travaux de Hilbert et à l'entreprise Nicolas Bourbaki.

10 Avec l'ouverture du Cycle d'Orientation (CO), l'EP compte 6 années pour tous les élèves.

l'objet de la géométrie et comment elle doit être enseignée. On retrouve l'insistance sur les « jeux éducatifs » d'observation et de comparaison « des volumes, des surfaces et des lignes » dès les petits degrés, l'enseignement systématique ne commençant toutefois qu'en 5^e année. Sont alors mis en valeur « les connaissances », « le sens de l'exactitude », « l'observation », « la réflexion », « le choix des éléments permettant la reproduction des formes », mais toujours à partir d'« activités sensorielles et manuelles ». Le PE propose aussi « d'habituer les élèves à utiliser un croquis pour traduire l'énoncé d'un problème ». Certains contenus sont abordés déjà en 5^e année, comme les angles et la bissectrice, la perpendiculaire et la distance d'un point à une droite, la symétrie axiale et les « caractères généraux des quadrilatères ». Les « caractères généraux des triangles », les triangles particuliers, les polygones réguliers et le cercle sont traités en 6^e.

PLAN D'ÉTUDES DE L'ENSEIGNEMENT PRIMAIRE

*Qu'il ne lui demande pas seulement
compte des mots de sa leçon, mais du
sens et de la substance, et qu'il juge du
profit qu'il aura fait, non par le témoi-
gnage de sa mémoire, mais de sa vie.*

MONTAIGNE.



DÉPARTEMENT DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE
GENÈVE

1966

Plan d'étude de 1966

Par rapport au début du siècle, on constate l'absence de l'étude des solides, mais en

revanche la mention nouvelle de la symétrie axiale. Les « caractères généraux » des figures font référence aux propriétés et dans cette mesure peuvent être considérés comme une initiation à la géométrie théorique. Enfin, dans ce PE il n'y a encore aucun signe des mathématiques ensemblistes enseignées au CO à la même époque¹¹.

L'AVÈNEMENT DE LA MATHÉMATIQUE MODERNE

En 1971, le Service de la recherche pédagogique publie un rapport (Hutin, 1971) *L'enseignement de la mathématique. Année scolaire 1969-1970*, dans lequel est décrite la « vaste expérience devant aboutir à une réforme profonde de l'enseignement de la mathématique dans les écoles enfantines et primaires genevoises » (p.1). Dans la définition du programme on trouve déjà pour la deuxième enfantine l'expression : « exploration de l'espace » à côté d'« ensembles et relations » et « idée de nombre ». En 1^{ère}, cela devient « découverte de l'espace » avec « notion de voisinage et de position », « domaines et frontières », « déplacements sur un réseau » et « formes géométriques simples », contenu plus proche de celui du PER que des PE précédents. En 2^e, on trouve des « exercices de topologie », « déplacements », « formes géométriques », « initiation à la mesure ». En 3^e sont ajoutés des « jeux de symétrie, rotation et translation » et l'« étude des formes géométriques régulières ». La mesure des surfaces, longueurs et volumes arrive en 4^e avec, à propos des formes géométriques simples, les « rabattements, développements et enveloppements » et en 5^e il est prévu de prolonger le travail fait en 4^e toujours sous la dénomination découverte de l'espace¹². Si la géométrie, sous sa nouvelle dénomination espace, est étendue à

des concepts de topologie, de repérage et de transformations du plan, ce qui l'enrichit. On remarquera toutefois que les exercices produits par les enseignants après expérimentation sont regroupés en trois fascicules : « ensembles et relations », « numération » et « opérations », l'espace ne faisant pas encore l'objet d'exercices ad hoc. Justement pour la 5e, une tentative d'utilisation du manuel de Dienes, *La géométrie par les transformations* (1969), n'a pas donné satisfaction et sera remplacé par une brochure élaborée spécifiquement pour le programme romand. En effet, Genève ayant « exporté » cette mathématique moderne, une première série de manuels romands, et non plus genevois, va être publiée, graduellement, entre 1971 et 1979.

En 1972, est édité le livre de Burdet¹³, *Mathématique de notre temps à l'usage du corps enseignant*, qui synthétise les notions proposées en formation continue aux enseignants. Dans l'introduction, les résultats des apports scientifiques du XIX^e siècle sont résumés dans les « trois structures fondamentales des mathématiques : algébriques, d'ordre et topologiques » (p.7). Sa troisième partie concerne la topologie, qu'il compare à la géométrie traditionnelle (géométrie euclidienne) :

La géométrie traditionnelle est avant tout quantitative. Elle s'occupe des dimensions des objets : distance, longueur, aire, etc. La topologie au contraire est essentiellement qualitative. Elle fait abstraction de toute idée de mesure et s'intéresse aux rapports de position et d'inclusion entre les objets. (Burdet 1972, p.140)

D'autres qualités de l'enseignement de la topologie à de jeunes enfants sont soulignées :

Ces activités [sur les propriétés des figures indépendantes des longueurs et des

11 Cependant en 1966 une dizaine d'écoles primaires sont en expérimentation de la « mathématique moderne » avec des enseignants volontaires formés par Ch. Burdet, mathématicien enseignant au collège (début de l'expérimentation en 1^{ère} à la rentrée 1965). (Entretiens avec Mme Bernet, enseignante expérimentatrice et avec M. Burdet, mathématicien formateur que nous remercions vivement de leur disponibilité).

12 En 1969-70, le nouveau programme n'est pas encore arrivé en 6^e.

13 Initialement instituteur, Ch. Burdet a étudié les mathématiques qu'il a ultérieurement enseignées au Collège. Au moment de la réforme des maths modernes à Genève, il a été chargé de la formation des enseignants primaires. Il a fini sa carrière comme directeur du Collège pour adultes et représentant genevois dans diverses commissions nationales à propos de l'enseignement des mathématiques.

formes] ne sont pas dépendantes de tracés géométriques et de l'emploi d'instruments qui peut présenter un obstacle, lorsque la précision des constructions est indispensable à la découverte des propriétés géométriques. (Burdet 1972, p142)

Parmi les exemples d'exercices pour découvrir ce nouveau domaine des mathématiques pour les instituteurs, on trouve des classiques de la topologie comme les ponts de Koenigsberg et le coloriage des cartes (voir exercices dans ce numéro).

Nous avons ainsi trouvé une première réponse au questionnement initial : la géométrie est devenue espace quand des concepts de topologie ont été introduits dans le programme d'enseignement de l'école primaire à la fin des années 60, à la suite du grand chamboulement des mathématiques modernes. Toutefois à l'école primaire, l'introduction des « maths modernes » n'a pu se faire que graduellement, puisqu'elle nécessitait la formation des enseignants, au contraire du cycle d'orientation qui les a adoptées dès sa création en 1962, entre autres en engageant des enseignants belges déjà formés dans ce domaine.

LES PLANS D'ÉTUDES ROMANDS

En 1979, la Conférence des chefs de départements de l'instruction publique de la Suisse romande et du Tessin (CIIP) adopte le PE romand proposé par la Commission Intercantonale Romande pour la Coordination de l'Enseignement pour les classes 5^e et 6^e (CIRCE II) après l'adoption de CIRCE I pour les 4 premiers degrés primaires. Les mathématiques ensemblistes sont cette fois bien présentes avec leur formalisme, mais la géométrie reste mentionnée comme suite à la « Découverte de l'espace » des petits degrés.

En 1986, les PE de CIRCE I et CIRCE II sont revus par le Groupe d'étude Romand pour l'Aménagement des Programmes (GRAP), afin de définir « les acquisitions essentielles dans les programmes pour assurer un passage harmonieux d'un degré à l'autre » (p. 1). La mathématique est découpée en 8 chapitres dont 4 concernent, bien que non nommés explicitement, la géométrie et

PLAN D'ÉTUDES POUR LES CLASSES DE 5^e ET DE 6^e DE SUISSE ROMANDE

1979

Adopté par les cantons de Berne, Fribourg, Vaud, Valais, Neuchâtel, Genève, Jura.

Édité par l'Office romand des services cantonaux des éditions et du matériel scolaires.

Plan d'étude de 1979

MATHÉMATIQUE	MA
Buts de l'enseignement de la mathématique et présentation des programmes	1
Remarques méthodologiques	3
NOMBRES NATURELS	5
NOMBRES RÉELS POSITIFS	9
ENTIERS RELATIFS	13
ENSEMBLES FINIS	15
GÉOMÉTRIE	17

Chapitres de mathématique du plan d'études pour les classes de 5^e et de 6^e de Suisse romande (1979)

l'espace : chapitre « repérage et systèmes de coordonnées » qui fait le lien entre topologie et numérique pour « coder » les positions dans un quadrillage ; chapitre « formes géométriques » qui prévoit de manipuler, décrire, comparer, représenter, construire des figures planes et des solides ; chapitre « transformations géométriques » qui part de l'idée de « mouvement » d'objets pour arriver à « penser ces mouvements comme des objets en soi » ; chapitre « mesurage et mesure » qui comprend les unités de mesure et leurs conversions, l'estimation et les calculs des aires et volumes. Les notions citées sont classées selon le degré scolaire en trois catégories : sensibilisation, fondamentum, développements.

En 1997, un nouveau PE romand de mathématiques est publié par COROME¹⁴ sous

¹⁴ COMmission ROMande des Moyens d'Enseignement. Elle sera dissoute en 2000.

la forme d'une brochure d'une dizaine de pages, le « petit bleu ». En réalité, il ne présente pratiquement pas de différences avec le GRAP de 1986 pour l'organisation et les contenus, sauf l'adjonction de finalités plus précises. Là aussi il n'y a plus de titre regroupant d'une part le numérique (l'arithmétique d'avant les mathématiques ensemblistes) et d'autre part le géométrique. Cependant, il est intéressant de noter que pour les formes géométriques, on retrouve cité le développement de la motricité fine « en lien avec les activités créatrices, l'écriture et le dessin » déjà présent dans les PE du XIX^e siècle. Trois ans plus tard, l'école primaire genevoise complète ce PE par des Objectifs d'apprentissage (DIP, 2000) qui, en toute fidélité avec le PE romand de 1997, proposent un texte de cadrage et surtout des productions d'élèves illustrant l'évaluation des différents sujets à traiter en classe. Mais le besoin d'harmonisation de l'enseignement au niveau suisse est ressenti de plus en plus, ce qui aboutit, au début du nouveau millénaire, à la décision de produire un plan d'études romand pour toutes les disciplines : le PER est ainsi mis en œuvre dès la rentrée 2011 à Genève. Toutefois si le PER peut être considéré comme révolutionnaire pour certaines disciplines, ce n'est que peu le cas pour les mathématiques, surtout du point de vue de leur structure. Cette discipline était effectivement romanisée depuis 40 ans et avait vécu une vraie révolution dans les années 70, suivie d'une lente contre-réforme avec suppressions (par exemple des bases) et élagage des propositions dienesiennes (transformations abstraites).

CONCLUSION

Ce qu'on peut remarquer en ce qui concerne les contenus de ces PE de la fin du XX^e siècle pour la partie géométrie, c'est leur faible variabilité au cours des années. En effet, si les notions d'ensembles et de relations ont été graduellement abandonnées après quelques dizaines d'années de pratique, la révolution des mathématiques ensemblistes a eu un effet important et durable sur l'enseignement de ce qu'on appelait classiquement géométrie. Non

seulement de nouvelles notions ont été introduites, mais aussi un regard, plus riche sur l'espace, a été développé, encore élargi par l'idée de modélisation, nouveau paradigme arrivé dans les programmes de mathématiques et de sciences au début du nouveau millénaire.

Ces nouvelles notions trouvent leur origine dans d'autres domaines des mathématiques que la géométrie « classique » de l'école primaire, comme les transformations géométriques provenant du rapprochement de l'algèbre et de la géométrie des mathématiques axiomatiques, ou comme le repérage provenant de la topologie¹⁵. Parallèlement le domaine de la mesure en a été détaché. La géométrie, qui avait pour objets, jusqu'au milieu des années 60 à l'école primaire, les triangles, les quadrilatères, le cercle, les polygones, les solides etc. et leur mesure, à savoir des concepts créés à partir d'objets concrets du monde réel, s'est vue complètement transformée. Le changement de nom s'en trouve entièrement justifié.

Références

- Bishop, M.-F. (2010). Didactique et perspective historique : à propos d'une recherche sur les écritures de soi à l'école. *Revue Pratiques*, 145-146, 231-248.
- Burdet, Ch. (1972). *Mathématique de notre temps à l'usage du corps enseignant*. Lausanne : Payot.
- Chevallard, Y. (1985). *La Transposition didactique : du savoir savant au savoir enseigné*, Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Dienes, Z. P. (1969). *La Géométrie par les transformations*. Paris : O.C.D.L.
- DIP (2000). *Objectifs d'apprentissage de l'école primaire genevoise*. Genève : DIP.
- Hutin, R. (1971). *L'enseignement de la mathématique. Année scolaire 1969-1970*. Genève : SRP.
- Conférence Intercantonale de l'Instruction Publique de la Suisse romande et du Tessin (CIIP), (2010). *Plan d'études Romand, 1e-2e cycle, Mathématiques et Science de la nature. – Sciences humaines et sociale*, CIIP. *Plans d'étude et programmes de l'enseignement primaire, entre 1867 et 1997*. Genève : DIP.

¹⁵ On peut aussi argumenter que le repérage provient de la géométrie analytique et vectorielle mais les premières notions (dedans, dehors, au-dessus, en dessous, à gauche, à droite) sont issues, elles, des premiers concepts topologiques (voir Hutin, 1971).