les nombres en couleurs

Bulletin Cuisenaire

Rédacteur: S. Roller, Service de la recherche
Genève, rue de Lausanne 63 (022) 31 71 56
Paraît 5 fois par an - Abonnement: Fr. 5.—
C.C.P. 12 - 16713, Genève

Novembre 65 **20**

CHANGER

« Pour un être conscient, vivre consiste à changer, changer à se mûrir, se mûrir à se créer perpétuellement soi-même. »

Henri Bergson

Depuis une dizaine d'années, nous assistons à des changements nombreux et importants dans la pédagogie du calcul. Non seulement les méthodes d'enseignement se transforment mais la substance même de ce que les maîtres ont à transmettre à leurs élèves prend un caractère nouveau.

La méthodologie du calcul avait progressé avant la seconde guerre déjà. Decroly avait introduit dans l'enseignement de l'arithmétique la notion de globalisme et celle, surtout, de mesure. Mina Audemars et Louise Lafendel, à Genève, s'inspirant de Maria Montessori et d'Edouard Claparède, créaient leur matériel de calcul — le jeu des 66 blocs notamment — et s'adressaient à l'« enfant mathématicien ». Louis Grosgurin, à Genève encore, écrivait les deux méthodologies d'arithmétique et de géométrie et, lecteur déjà de Jean Piaget, faisait passer dans l'enseignement du calcul les idées de l'école active tout en insistant sur la rigueur mathématique.

Depuis 1945, l'essor que prend la méthodologie du calcul est prodigieux. Partout des expériences sont en cours et les plus forts esprits ne craignent pas d'étudier la manière d'initier les plus jeunes enfants aux mystères de ce qu'on appelle aujourd'hui la mathématique. *Chez nous, Jean Piaget, avec ses travaux sur la genèse des notions fondamentales de nombre, d'espace, de temps, de vitesse, a donné le branle aux pédagogues. Il faut reconnaître cependant que ces derniers, chez nous du moins, ont assez mal su profiter des enseignements du maître* *de la psychologie génétique. D'autres maîtres sont apparus. Il y a eu Georges Cuisenaire avec ses réglettes et, le relayant sur le plan de la pensée, Caleb Gattegno et Madeleine Goutard. Il y a eu Arthur Kern avec ses réglettes graduées. Il y avait eu aussi Catherine Stern de New York avec un matériel assez semblable à celui des demoiselles Audemars et Lafendel. Il y a eu Z.P. Dienes de Leicester et d'Adélaïde avec ses blocs multibases et ses blocs logiques et bien d'autres choses encore. D'autres noms pourraient être cités, celui de L. Pauli aussi qui évoque un enseignement du calcul largement inspiré par l'école psychologique de Genève.*

Dans le même temps, la pensée subissait elle-même un changement dont l'essentiel semble tenir dans une remise en ordre de l'édifice mathématique afin de lui donner des lignes plus harmonieuses et une structure générale plus ferme. L'effort de pensée poursuivi d'abord par les maîtres de la mathématique — l'équipe des Bourbaki en France, par exemple — s'est peu à peu propagé aux enseignants, ceux du secondaire d'abord, ceux du primaire ensuite et depuis peu.

L'instituteur d'aujourd'hui se trouve mis en présence d'une double obligation: s'initier à la mathématique moderne et apprendre à manier de nouvelles méthodes pour enseigner cette même mathématique. Cette double obligation, l'instituteur entend l'assumer et il s'est mis au travail. Il lit, il se documente, il suit des cours, il expérimente. Honneur à lui.

Mais cet effort de renouvellement ne va pas sans difficultés, voire sans souffrances. Celles-ci sont parfois si aiguës que le découragement pointe et que le manche risque fort d'être laissé après la cognée. Et pourtant il ne faut pas que cela soit. L'enjeu est trop important et les maîtres refuseront de manquer le virage que leur imposent les temps actuels.

Ici, cependant, une remarque doit être faite. Il ne s'agit pas — ou plutôt il ne s'agit plus — de prendre UN *virage, le virage de 1965-1966, mais de s'apprêter à prendre tous les virages qui vont s'offrir à nous. Nous savions bien que nous étions engagés dans une ascension. Nous apprenons maintenant que la pente se redresse et que, notre véhicule accélérant sa marche, il nous faudra fréquemment prendre des tournants et les bien prendre.*

Tout cela ne va pas sans susciter des inquiétudes ni provoquer des crises. Cela est inévitable. Cela cependant, ne doit pas durer. Il nous faut désormais apprendre à nous équilibrer dans le changement lui-même et à accepter de nous modifier sans cesse. Pratiquement cela suppose deux choses. La première c'est que, sous-jacente aux changements, une direction générale soit précisée. Où allons-nous avec la mathématique moderne et nos méthodes nouvelles ? Aux maîtres de la pensée mathématique et de la pédagogie de nous le dire et de le préciser avec *nous. La seconde chose est plus pratique encore. Elle concerne chaque maître responsable de l'instruction des élèves de sa propre classe. Elle implique que ce maître sera appelé désormais à faire un effort de dissociation. Tout d'abord, il ne transmettra à ses élèves que les notions dont il est absolument sûr, celles qui constituent, dans son esprit, un ensemble d'idées claires et distinctes. Et, simultanément, il ne mettra en jeu que les méthodes et procédés dont le maniement lui est aisé et qui lui permettent d'opérer en toute sécurité. Le maître ainsi, en présence de ses élèves, sera serein, heureux, efficace. Mais cette sécurité implique un au-delà, un dépassement. Le même maître qui, le matin, a vu œuvrer dans la paix du cœur et de l'esprit, acceptera, le soir, de laisser monter en lui le doute et les interrogations. Il le fera en poursuivant sa formation personnelle par la lecture des ouvrages qui paraissent sur la mathématique moderne ou sur la méthodologie du calcul, il le fera aussi par une activité collégiale accrue. Le temps est au travail en équipes. Les groupes de travail, de lectures en commun, de discussions d'expériences sont les organes indispensables de la formation pédagogique permanente. Ils aident le maître à se recycler de manière continue; ils l'aident aussi à conserver son équilibre. Dès lors le maître sera en mesure de modifier son enseignement — son travail à même les enfants dans des conditions optima. Et peu à peu, il verra se transformer une attitude professionnelle qui n'a, certes, rien de nouveau mais qui prend aujourd'hui une importance toute neuve: attitude qui commande qu'on se tienne devant les enfants en étant à la fois sûr de soi, eu égard aux vérités qu'on a pu, jusqu'ici élucider, et en sachant, de moment en moment, dans les interstices de l'action pédagogique, « débrayer » par rapport à cette action, juger cette dernière et se demander s'il ne conviendrait pas de s'y prendre autrement.*

Effort de renouvellement à accepter; effort à entreprendre dans le coude à coude fraternel des équipes de travail; effort de rajeunissement.

S. R.

A NOS LECTEURS

Grâce à la générosité de « L'Ecole Valaisanne » et grâce aussi au nombre grandissant de nos abonnés — ils sont actuellement 900 — ce dernier numéro de la 4e année d'existence des «Nombres en couleurs» est de 12 pages. La livraison de 1965 aura donc été de 52 pages contre les 40 que nous vous avions promises. Merci, chers lecteurs, de votre aide et veuillez continuer à nous appuyer matériellement, sans doute, mais aussi moralement en nous faisant part de vos remarques, de vos critiques, de vos vœux et en nous envoyant le récit de vos expériences.

S. R.

RENE VANDEVELDE,
inspecteur de pédagogie des Ecoles Normales flamandes s'adresse à GEORGES CUISENAIRE

Cher Monsieur Cuisenaire, Ixelles, 5 juin 1965 [1]

Il me revient l'honneur de vous dire en public, à l'occasion de cette fête qui constitue un couronnement officiel pour vous, ce que nous avons si souvent eu l'occasion de débattre ensemble au cours de nos nombreuses conversations privées.

Laissez-moi répéter d'abord combien les écoles normales situées en région flamande de ce pays ont été heureuses et fières de pouvoir rencontrer, enfin, cet homme que le monde entier connaît depuis longtemps. Vous avez suscité parmi la jeune génération de pédagogues et d'éducateurs à la fois un grand enthousiasme et une certaine crainte.

Expliquons rapidement ce double phénomène.

Parlons d'abord de cette inquiétude que je qualifierais volontiers de salutaire. Mis en présence de la méthodologie qui est née de l'emploi de vos réglettes en couleurs et frappé par les résultats surprenants obtenus grâce à elles, notre monde pédagogique a subi un choc psychologique. Aujourd'hui les pédagogues et les éducateurs constatent que les difficultés rencontrées dans l'enseignement de l'arithmétique n'existent plus. Ils sont stupéfaits lorsqu'ils comparent leur travail acharné — très souvent peu récompensé par des résultats décevants obtenus dans l'enseignement primaire et dans l'enseignement moyen — au travail relativement facile réalisé grâce à l'emploi de vos réglettes, travail couronné par des résultats scolaires qui n'avaient pas été entrevus par l'imagination de nos maîtres d'école. La réalité dépasse donc la fiction. Cela intrigue beaucoup les pédagogues et les éducateurs car les élèves résolvent des opérations mathématiques plus facilement que les maîtres. Vos disciples, il faut le souligner aussi, éprouvent un plaisir non dissimulé en mettant en évidence le côté spectaculaire des résultats obtenus grâce à l'emploi de vos réglettes. Les néophytes croient volontiers à une magie cachée. Nous savons qu'il n'en est rien. Ainsi sont nées les craintes et les réflexions sceptiques. Nous nous sommes tous attelés à une besogne particulièrement ingrate: faire comprendre que l'invraisemblable repose pourtant sur une réalité indiscutable. Déjà notre jeune génération de pédagogues comprend l'aspect positif de la révolution qui est née avec votre découverte. On constate que le monde des mathématiques n'est plus un monde sans soleil pour une grande majorité d'enfants. On admet que la bosse des mathématiques est une illusion qu'il faut dissiper. On comprend, enfin, qu'une finalité

---

[1] Voir Bulletin No 19, page 1.

différente s'attache aujourd'hui à la formation de l'esprit de l'enfant à l'école primaire. Ainsi est né un enthousiasme plus pour l'idée suggérée par l'emploi des réglettes que pour les réglettes elles-mêmes. Je suis particulièrement heureux d'avoir collaboré à ce travail qui consiste à dissiper les malentendus, c'est-à-dire à réveiller les esprits.

De quoi est fait ce réveil ?

Vos réglettes nous ont appris que l'esprit mathématique des jeunes enfants a d'infinis replis cachés. Les bornes des possibilités des enfants de l'école primaire ont donc été largement déplacées. Nous savions déjà que les jeunes enfants ont des possibilités insoupçonnées. Il suffit pour s'en convaincre de laisser chercher un enfant, tout seul, la solution d'un problème que nous, adultes, croyons complexe. Tel élève que l'on croyait peu doué résout alors des problèmes généraux que d'autres, réputés, doués, ne résolvent pas. L'emploi actif, vraiment actif, de vos réglettes en couleurs a déjà révélé maintes fois que certains problèmes mathématiques, réputés complexes, peuvent être approchés par des enfants d'école primaire sans trop de difficultés. Lors des récentes démonstrations faites à l'Athénée Royal de Binche, ce fait fut démontré de façon surprenante, mais réelle. Ces découvertes opérées par les enfants provoquent chez eux des étonnements qui peuvent devenir curiosité et ravissement. Les nombres révèlent, lentement, les relations qui existent entre eux et déjà se profile pour les enfants la beauté de la mathématique. Les démonstrations proprement dites viendront plus tard. Un pas important aura déjà été fait pourtant. Il est inutile de préciser que ces investigations premières faites par les enfants ont des limites qu'il faut encore déterminer.

Vos réglettes, Monsieur Cuisenaire, permettent donc aux enfants d'aller à la découverte des relations entre les nombres avec une certaine facilité. Nous, adultes, disons que ces réglettes se situent entre le concret et l'abstrait. Il est pourtant de plus en plus évident que les enfants, eux, voient dans ce matériel un quelque chose de concret qui nous échappe. C'est d'ailleurs autour de la définition du concret que les pédagogues discutent encore bien souvent.

Personne ne doute, par ailleurs, du capital activité qui se cache sous l'étiquette « Méthode Cuisenaire ». Aux yeux des profanes cette possibilité d'activités multiples lui donne une valeur inestimable. S'il fallait trouver une première explication aux résultats surprenants obtenus grâce à l'emploi de vos réglettes nous la trouverions dans cette activité incessante des élèves au « Moment Cuisenaire ». Il importe d'insister sur cet aspect méthodologique de l'emploi de vos réglettes. Il faut, en effet, éviter avant tout l'intrusion du maître lorsque l'enfant part à la découverte. Votre conseil « laissez passer l'enfant devant le maître » a une valeur inestimable dans votre méthode. Nous vous remercions de l'avoir souligné souvent car nous nous trouvons là devant une option fondamentale dans toute l'éducation de la jeunesse. L'erreur que certains pourraient commettre réside dans le fait que le maître indiquerait à l'enfant les réglettes à utiliser. Chaque élève doit, au contraire, chercher sa solution au moyen de son matériel. Cette recherche doit se faire suivant une méthode qui n'est pas toujours celle des essais et des erreurs. Nous n'avons pas le temps aujourd'hui de donner des exemples précis dans ce domaine.

Les idées que nous venons de développer démontrent à coup sûr que votre découverte n'a de sens que si nous bouleversons les normes sur lesquelles sont basés les buts poursuivis par l'enseignement de l'arithmétique ou de la mathématique à l'école primaire. Si nous croyons simplement que cette école primaire doit apprendre à l'enfant à exécuter des opérations fondamentales et à résoudre quelques problèmes de vie courante seulement, alors l'emploi de vos réglettes facilite, sans plus, le travail du maître et celui de l'élève. Si nous estimons que nous devons aller bien au-delà de ce premier stade dans le cadre de la formation de la pensée calculatrice de l'enfant, alors vos réglettes acquièrent leur véritable signification.

Nous voudrions très sommairement mettre en évidence ces deux aspects du problème envisagé.

Il est évident que l'enseignement des notions fondamentales du calcul arithmétique et la recherche des solutions données à des problèmes courants restent pour nous une préoccupation constante à l'école primaire. Les réglettes sont à ce niveau des moyens précieux qui rendent concret ce qui l'est moins. Ce ne sont pourtant, en ce cas, que des moyens didactiques, précieux certes, mais de signification courante. Le deuxième aspect du problème envisagé nous engage dans l'option fondamentale pour le développement de l'enfant à l'école primaire. Cette option vise le grand moment au cours duquel cet enfant initie son esprit à une gymnastique intellectuelle, à base mathématique, que l'adulte a tort de considérer comme purement gratuite. Il manipule vos réglettes comme s'il recherchait la solution de problèmes vraiments liés à la vie. Ce jeu est pour lui un moyen efficace pour arriver à un résultat que le maître a simplement mis en évidence. Il recherche passionnément la solution d'un problème mathématique que nous nous obstinons, à tort, à appeler abstrait. Ce qui est important dans ce processus, c'est que, grâce à ces manipulations, motivées par le désir évident de chercher quelque chose, l'enfant trouve lui-même la solution. Toutes les conditions sont ainsi réunies pour parler d'une activité intellectuelle véritable. L'essentiel réside donc dans le fait que l'enfant attache son esprit au but à atteindre et que, constamment confronté avec cette fin en soi, il possède les moyens (vos réglettes) qui permettent de s'y identifier.

Remarquons que tous les jeux des enfants, jeux dans lesquels ils se donnent entièrement, ont pour leur développement général une importance énorme. Nous avons acquis la mauvaise habitude de juger l'activité des élèves avec nos normes d'adultes. Si l'enfant lui-même s'intéresse au but à atteindre, nos craintes sont vaines. Nos problèmes liés à la vie, c'est-à-dire ceux que nous dénommons ainsi, ne constituent pas, en ce moment, l'essentiel du travail de l'enfant. Cela a peu d'importance si l'enfant, lui, croit que le problème qu'il essaye de résoudre est un problème réel auquel il attache tout son être. Le bon maître saura à temps ramener les esprits vers des réalités qu'il nomme, lui, concrètes.

Il n'est pas exclu que ce maître essayera d'associer des recherches dites gratuites à des études de solutions de problèmes puisés dans la vie. Il va de soi que des motivations authentiques peuvent être le point de départ de ces manipulations calculatrices. Nous croyons pourtant que la vraie motivation réside dans le fait que l'on ait trouvé à ce moment un moyen susceptible de déclencher le désir de chercher et de trouver.

Ainsi s'opère donc chez l'enfant un travail intérieur essentiel: la mise en marche des rouages délicats de l'esprit enfantin. La libération de son cerveau a commencé et, si nous sommes habiles, rien ne l'arrêtera, sauf ses propres possibilités. Nous croyons d'ailleurs savoir que grâce à vos réglettes la recherche des rapports entre les nombres aboutit en fin de compte à la compréhension des rapports qui existent entre les idées et les mots. En langage plus clair cela signifie que tout se passe comme si les résultats positifs obtenus dans le cadre de la mathématique influencent de façon décisive les résultats obtenus dans d'autres secteurs de la connaissance (en langue maternelle, par exemple). Remarquons qu'il semble en être de même lorsque l'enfant est initié, par la méthode qui convient, au rythme par les exercices corporels et par la musique. Ce déblocage de l'esprit enfantin s'opère-t-il à l'aide des couleurs uniquement ? Certainement pas. La notion de grandeur et, surtout, la prise de conscience de façon active de ces grandeurs y ont leur place. Il sera intéressant de rechercher la part relative de chaque élément nommé.

Il est donc évident que ce matériel, imaginé grâce à votre générosité pour les enfants « qui ne comprennent pas bien les mathématiques » ne peut être classé dans la catégorie des petits moyens que le maître a à sa disposition pour faire passer à l'enfant quelques caps difficiles dans l'enseignement de l'arithmétique. Bien sûr que ce maître d'école aux prises avec des enfants qui doivent apprendre un certain nombre de notions que l'on dit fondamentales y trouvera un moyen puissant qui va résoudre, presque sans lui, les difficultés auxquelles il se heurte. Bien sûr que les parents seront ravis d'apprendre que voilà un moyen qui leur enlèvera de nombreux soucis dans le domaine de l'enseignement des mathématiques. Nous ne minimisons pas l'importance pratique de ces questions. Mais, limitées à un tel objectif à atteindre, vos réglettes ne révèlent qu'un aspect de leur pouvoir. Il serait dommage d'en rester là. Le dernier mot n'est évidemment pas dit dans ce domaine de la gymnastique intellectuelle à l'école primaire. Les voies restent largement ouvertes à la recherche scientifique grâce à vos réglettes en couleurs.

Cher Monsieur Cuisenaire, vous avez droit à la considération des enfants et des parents car vous avez apporté avec vos réglettes un message d'espoir. Le mot « cancre » a été éliminé de notre vocabulaire mathématique.

Vous avez droit aussi à la considération des pédagogues puisque vous leur avez rappelé à temps qu'il ne faut jamais jurer de rien en éducation et dans l'enseignement.

René Vandelvelde, inspecteur de l'enseignement normal

IMAGE LINEAIRE DU NOMBRE

Les remarques critiques que nos amis (car tout critique sérieux est notre ami) formulent à propos des réglettes sont utiles; elles sont même indispensables et nous les recevrons toujours avec gratitude.

Parmi ces remarques, il en est une que nous voudrions soumettre aux lecteurs du bulletin en les accompagnant des observations qu'elles nous ont suggérées. La voici: les réglettes auraient le défaut de ne donner aux enfants qu'une *image linéaire* du nombre.

Est-ce bien le cas ?

Prenons, par exemple, le nombre 8.

Tout d'abord rappelons que ce nombre 8 ne saurait être lié à la réglette marron. Une telle «liaison» serait dangereuse et nous pensons qu'aucun de ceux qui lisent le bulletin ne se laisse aller à commettre une pareille erreur. Nous pouvons «faire» 8 avec des réglettes rouges, comme aussi avec n'importe quelle réglette prise comme unité. Et tous ces «8» peuvent prendre, non seulement la forme linéaire du «train», mais encore la forme de surfaces (des dalles) ou de volumes (des prismes).

Secondement, et même si nous faisons 8 en partant de la réglette blanche prise comme unité, il est possible de donner à ce 8 une tout autre figure que linéaire:

— deux réglettes R côte à côte (2x4);
— une «croix» faite d'une réglette rouge et d'une réglette rose (2x4 ou 4x2);
— un cube de quatre réglettes rouges (2x2x2);
— une «tour» de trois réglettes rouges (2x2x2);
— un «L» fait d'une réglette rouge horizontale et d'une réglette vert clair verticale (2^3).

Les «figures» de 8 sont nombreuses, même avec les réglettes. Ce qui ne veut pas dire — et là nous sommes en plein accord avec la critique qu'on a pu nous adresser — que toutes ces figures soient encore suffisantes. Il en existe d'autres auxquelles l'enfant sera, de lui-même, attentif et qu'il devra intégrer dans sa «classe de 8»: les 8 roues d'un wagon de chemin de fer, les 8 branches d'une rose des vents, les 8 côtés d'un octogone, les 8 pétales d'une dryade, les 8 croches d'une mesure à 4 temps, les 8... *S. R.*

BIOLOGIE ET EDUCATION

A Pâques 1965, Jean Rostand a fait, devant les instituteurs de France, un exposé sur les *Nouveaux progrès dans la connaissance de l'hérédité humaine.* Cet exposé a paru, in extenso, dans « L'Ecole libératrice » (25.6.65). La péroraison a été reproduite dans l'« Educateur » (Montreux, 9.7.65).

L'éminent biologiste, après avoir montré comment la science a pu parvenir aux sources de la vie et reconnaître les mécanismes qui provoquent la reproduction des êtres vivants et leur construction, en arrive à cette conclusion: « Le fait, pour faire l'homme et, peut-être, pour l'améliorer, d'agir directement sur les gènes, demeure, actuellement encore, une entreprise pleine de risques. En revanche, il est possible, compte tenu de ce que nous savons des potentialités inscrites dans les cellules humaines, *d'agir sur les individus* afin que ces potentialités développent toute leur puissance. »

Or qui peut, au mieux, agir sur l'être humain si ce n'est l'éducateur qui, s'appuyant sur le fonds biologique de l'enfant, doit aider ce dernier à parvenir à son épanouissement optimum ? La fonction de l'éducation a ainsi un aspect biologique; elle relaie les mécanismes de l'hérédité en assurant, par la voie psychique, la transmission aux générations montantes des valeurs de civilisation. Cette action éducatrice, et donc à proprement parler civilisatrice, est enfin d'autant plus importante, d'autant plus nécessaire, et d'autant plus grave, que l'enfant est plus jeune, plus indifférencié, plus indéterminé, plus disponible et plus riche. D'où la valeur extrême de l'instituteur *primaire* dont le rôle, auprès des enfant, est *primordial*, premier, basique.

Mais en quoi, surtout, l'action des instituteurs doit-elle consister ? Ecoutons Jean Rostand nous le dire et demandons-nous si notre enseignement du calcul répond à ses exigences:

« Vous le savez mieux que moi, Mesdames et Messieurs, mais j'ai le plaisir à le redire devant vous, votre rôle est moins de munir l'esprit que de le former, de le préparer, de l'organiser. Apprendre à apprendre, *apprendre à raisonner, créer les conditions d'un jugement droit, habituer l'enfant à ne pas se payer de mots, à ne pas dire qu'il comprend s'il ne comprend pas, à ne pas croire qu'il sait quand il ne sait pas, éveiller l'appétit du savoir, donner l'exemple de l'honnêteté, de l'humilité envers le vrai*[1], enseigner la tolérance dans les débats, inculquer le respect du prochain, le respect de l'homme en tout homme, c'est-à-dire déposer en lui les bonnes semences de la civilisation, quelle tâche est la vôtre ! »

[1] C'est nous qui soulignons.

« Si paradoxal que cela puisse paraître, un des avantages des réglettes Cuisenaire consiste dans le fait qu'elles permettent à l'enfant de comprendre les structures et qu'elles le libèrent de la nécessité de recourir à un support concret. »

« The Transvaal Educational News » — Janvier 1965, page 16.

LE JEU DES DIFFERENCES

1. — Posons devant nous une grosse poignée de rég. puis, au hasard, constituons des COUPLES qui seront faits ou de deux rég. égales ou de deux rég. inégales. Disposons les deux rég. de chaque couple l'une sur l'autre et faisons coïncider leurs extrémités de gauche (ou de droite; peu importe, mais établissons une règle).

2. — Nous constatons que nos couples sont de deux sortes: ceux qui sont faits de deux rég. égales et les autres où l'inégalité entre les deux rég. du couple apparaît sous la forme d'un vide à droite de la rég. supérieure.

3. — Remplissons les vides (qui sont des différences) avec des rég. (une seule rég. par vide). Nous voyons apparaître plusieurs sortes de couples d'après la couleur des rég. qui ont comblé les vides. Groupons les couples d'après ces couleurs. On aura les couples rouges, les couples vert foncé, etc. On aura aussi le groupe des couples sans couleur (couples faits de deux rég. égales). Ce groupement des diverses sortes de différences est une PARTITION DE L'ENSEMBLE DES DIFFERENCES. Nous constatons que ces groupes ou SOUS-ENSEMBLES sont bien DISTINCTS les uns des autres; ce sont des CLASSES D'EQUIVALENCE.

4. — Observons un de ces sous-ensembles, celui dont la différence entre les deux éléments du couple est attestée par la rég. vert clair, p. ex. Nous verrons au moins trois choses importantes.

4. 1) — Nous constatons qu'il y a des couples pareils: rég. rouge sur rég. jaune, p. ex.; nous pouvons conclure qu'un couple est l'équivalent de lui-même; c'est la REFLEXIVITE: $(r,j) \equiv$ [1] (r,j).

4. 2) — Nous constatons que si un couple (r,j) est équivalent à un second couple (V,B), ce dernier est aussi l'équivalent du premier; c'est la SYMETRIE

$(r,j) \equiv (V,B) \Rightarrow$ [2] $(V,B) \equiv (r,j)$

4. 3) — Nous constatons que si un couple (r,j) est équivalent à un second couple (R,n), p. ex.; que ce second couple est à son tour équivalent à un troisième (V,B), il s'ensuit que le premier et le troisième sont aussi équivalents; c'est la TRANSITIVITE:

Si $(r,j) \equiv (R,n)$ *et* $(R,n) \equiv (V,B)$ *alors* $(r,j) \equiv (V,B)$

5. — Nous verrons enfin — et cela donne à la relation d'équivalence son assise définitive — que la somme du petit terme d'un premier couple et du grand terme d'un second couple est EGALE à la somme du grand terme du premier couple et du petit terme du second. Soit les couples (r,j) et (R,n): $(r+n) = (j+R)$.

6. — Nous pourrons enfin ORDONNER nos classes d'équivalence en allant de la classe où la différence entre les éléments du couple est NULLE à la classe bleue.

7. — Tout le travail fait, SANS NOMBRE, sur les classes d'équivalence est une manière — parmi beaucoup d'autres — d'approcher la notion même des nombres: les classes d'équivalence servent à établir l'aspect CARDINAL du nombre (tout nombre est propriété d'une classe); la sériation de ces classes sert, à son tour, à établir l'aspect ORDINAL du nombre.

S. R.

[1] $\equiv$ *marque l'équivalence.* [2] *implique.*

(r,V)
ou
LES AVATARS DU COUPLE

Soit le couple des deux réglettes rouge et vert foncé. Que faire avec elles ?

1. — Les mettre bout à bout (addition) $r + V$.

On constate que l'on peut aussi faire $V + r$ et que les deux « trains » ont la même longueur. Commutativité de l'addition.

2. — Prenant la réglette la plus longue, on la recouvre avec la plus petite et l'on constate une différence dont on peut évaluer d'importance (soustraction). $V - r = R$.

Mais on peut aussi opérer en sens inverse: la réglette V, non seulement recouvre toute la réglette r, mais il y a encore quelque chose d'elle qui dépasse (qui est en porte à faux). Comment noter cela ? $r - V = - R$.

Apparition du nombre négatif et, avec lui, incursion dans le monde des nombres relatifs (l'ensemble Z). Pour être précis, on note le résultat de la première soustraction avec un $V - r = + R$.

La soustraction n'est pas commutative: $V - r \neq r - V$.

3. — Prenons une des deux réglettes, la V, p. ex., on l'additionne à elle-même de manière à obtenir un rectangle de base V et de largeur r (multiplication) $V \times r$ (croix avec les deux réglettes).

On constate qu'on peut aussi construire un rectangle de base r et de hauteur V: $r \times V$.

On constate aussi que les deux rectangles sont égaux (commutativité de la multiplication — rectangles —; à rapprocher de celle de l'addition — trains).

4. — Prenons la réglette la plus longue, on cherche à y inclure la petite (division): $V : r$.

La réglette r divise la réglette V.

Prenant ensuite la petite réglette, on cherche si on peut y inclure la grande... Non. La réglette V n'entre pas dans la réglette r. Cependant on observera qu'une partie de la réglette V entrerait dans la réglette r. La notion de fraction s'annonce et, avec elle, celle de nombre rationnel (l'ensemble Qx).

5. — Prenant une des réglette, la V, p. ex., on la multiplie par elle-même autant de fois que l'autre réglette compte d'unités $V \times V = V^r$.

Tour avec deux réglettes V ou « L » avec une réglette V horizontale et une réglette r verticale ou $rxrxrxrxrxr = r^V$.

Tour faite avec six réglettes r ou « L » avec une réglette r horizontale et une réglette V verticale.

$V^r \neq r^V$. Les puissances de sont pas commutatives.

6. — Résumé:

6. 1) Addition $V + r$ ou $r + V$
Les réglettes sont mises bout à bout (train).

6. 2) Soustraction $V - r$; $r - V$
Les réglettes sont posées l'une sur l'autre.

6. 3) Multiplication $V \times r$; $r \times V$
Les réglettes sont mises en croix.

6. 4) Division $V : r$; $r : V$
Les réglettes sont mises l'une au-dessous de l'autre.

6. 5) Puissances V^r; r^V
Les réglettes forment des « L ».

7. — Avec des nombres, les deux réglettes du couple étant mesurées avec la réglette blanche (2,6).

7. 1) $\mathbf{6 + 2 = 2 + 6 = 8}$

7. 2) $\mathbf{6 - 2 = + 4}$

$\mathbf{2 - 6 = - 4}$

7\. 3) $6 \times 2 = 2 \times 6 = 12$

7\. 4) $6 : 2 = 3$

$2 : 6 = 1/3$

7\. 5) $6^2 = 36$

$2^6 = 64$

8. — Avec d'autres nombres, les réglettes r et V étant mesurées avec la réglette r (1,3)

8\. 1) $1 + 3 = 3 + 1 = 4$

.8 2) $3 - 1 = + 2$

$1 - 3 = - 2$

8\. 3) $3 \times 1 = 3$

$1 \times 3 = 3$

8\. 4) $3 : 1 = 3$

$1 : 3 = 1/3$

8\. 5) $3^1 = 3$

$1^3 = 1$

9. — Même couple de réglettes, mais la réglette r est mesurée avec la réglette V (1/3,1)

9\. 1) $1/3 + 1 = 1 + 1/3 = 4/3$

9\. 2) $1 - 1/3 = + 2/3$

$1/3 - 1 = - 2/3$

9\. 3) $1 \times 1/3 = 1/3$

$1/3 \times 1 = 1/3$

9\. 4) $1 : 1/3 = 3$

$1/3 : 1 = 1/3$

9\. 5) $1^{1/3} = 1$

$(1/3)^1 = 1/3$

10. — A quel âge faire ces exercices ? Une seule réponse: quand les enfants sont capables de les faire. Cela dépend de leur maturité intellectuelle et des exercices antérieurs. S. R.

NOTES

* « Si vraiment « Mathématiques modernes » s'opposait à « Méthode active », nous choisirions certainement la seconde ! mais heureusement il n'en est rien, bien au contraire ! Les méthodes actives ne donneront jamais dans l'ordre traditionnel la liste des théorèmes et les phrases stéréotypées des manuels usuels. Mais au contraire, ces méthodes actives conduisent directement à l'organisation des ensembles, à leur partition en classes, aux chaînes des relations d'ordre. Les manipulations mettent en évidence les relations, les liens, les tableaux à partir du concret. Le geste et le dessin conduisent à l'expression verbale indispensable à la prise de conscience nécessaire.

L. FELIX (« Education et mathématiques » — Bulletin de liaison et d'échanges » — 3e année, No 4 — Paris, Institut pédagogique national, mars 1965; page 1).

* « Le renouvellement actuel de l'enseignement mathématique doit commencer dès l'école maternelle : c'est à cet âge qu'il produira le maximum d'effet, en proposant aux enfants des expériences amusantes et en leur donnant le goût des activités mathématiques. » — Z.P. DIENES « La mathématique moderne dans l'enseignement primaire » Paris - 1964 - O.C.D.L.

« Quand il sait sur quoi il s'emploie, le cerveau se met de lui-même à fonctionner, tout ronronnant et bourdonnant dans son zèle, et c'est alors qu'il pense, médite, réfléchit, raisonne, joue et déjoue, découvre et prévoit ! Actif, que c'en est une vraie joie. »
DÜRRENMATT (Friedrich) - « *La panne* » - Paris, 1961 - Albin Michel, p. 77.