ENGAGER DES ÉLÈVES ET DES ENSEIGNANTES DE CLASSES SPÉCIALES DANS DES PRATIQUES MATHÉMATIQUES (1ÈRE PARTIE)

Jean-Michel Favre[1]

PRÉAMBULE

Le texte qui suit a été rédigé en 2005, à la demande de la direction de la Fondation de Vernand[2] qui souhaitait rendre compte à l'ensemble de ses collaborateurs du travail qui se menait dans les classes d'enseignement spécialisé où je me rendais une matinée par semaine. Il devait en premier lieu être diffusé dans le bulletin interne de la Fondation, mais n'a finalement fait l'objet que d'un tiré à part, en raison de sa longueur jugée trop importante. Ce texte illustre déjà, à sa manière, les idées de «jeux de tâches» et de «narration» que nous développons au sein du groupe ddmes[3]. Pour la présente publication, il a été scindé en deux parties : la première figure dans ce numéro spécial de Math-école et l'on retrouvera la seconde dans le prochain numéro.

INTRODUCTION

Il y a bien longtemps que j'enseigne dans les classes de la Fondation de Vernand, mais cela fait seulement trois ans que je n'y enseigne que les mathématiques, qui plus est, dans un dispositif assez particulier, puisque je le fais à raison d'une fois par semaine et en présence des enseignantes[4] titulaires des classes. Ce dispositif, qui, à son origine, est le fruit des hasards d'un réaménagement des charges d'enseignement des enseignantes du Centre Thérapeutique de Jour (CTJ) de Nyon, a rapidement fait ses preuves, dans le sens où à chaque fois qu'il a été mis en place, il a semblé fort bien convenir à l'ensemble des acteurs présents dans la classe.

Les enfants, dans leur grande majorité, se réjouissaient de rencontrer chaque semaine une personne externe à l'institution qui venait en classe pour une période de mathématiques. Les enseignantes disaient apprécier le fait de pouvoir se mettre de côté et porter un regard parfois différent sur les élèves qu'elles côtoyaient chaque jour. Quant à moi, j'étais tout joyeux de pouvoir être attendu et accueilli pour faire faire des mathématiques à tout ce petit monde. Cela représentait de plus un gain important pour les activités de formation[5] et de recherche[6] que je mène conjointement, lesquelles se nourrissent substantiellement du travail que j'accomplis dans les classes.

Deux ans de cette expérience positive au CTJ de Nyon m'ont conduit à vouloir exporter le dispositif dans d'autres lieux de la Fondation, avec l'avantage manifeste de m'occasionner des rencontres avec d'autres enseignantes et d'autres élèves. Et c'est donc ainsi que je me suis retrouvé, au début de l'année scolaire 2004-2005, dans les classes de Chavannes.

DES « MATHÉMATIQUES » EN CLASSE SPÉCIALE ?

Une question qu'il n'est pas inutile de poser lorsqu'on prétend, comme je viens de l'écrire,

1 CFPS. du Château de Seedorf, groupe ddmes, jmfavre@cfps-seedorf.ch.

2 La Fondation de Vernand est une fondation d'utilité publique au service de près de six-cents enfants et adultes présentant une déficience intellectuelle et/ou des troubles de la personnalité. Son siège social est à Cheseaux-sur-Lausanne (http://www.fondation-de-vernand.ch).

3 Le groupe ddmes (didactique des mathématiques dans l'enseignement spécialisé) est un groupe composé de chercheurs de formateurs et d'enseignants. Il est aujourd'hui subventionné par l'AVOP : Association vaudoise des organismes privés pour personnes en difficulté (http://www.avop.ch).

4 J'attribuerai le féminin au substantif « enseignant » tout au long de ce texte puisque, à une seule exception près, ce sont des enseignantes qui m'ont, depuis trois ans, accueilli dans leur classe.

5 A la HEP-Vaud à Lausanne, dans le domaine de l'enseignement spécialisé.

6 Au sein du groupe ddmes, que je co-anime avec François Conne.

que vouloir faire faire des mathématiques en classe revient précisément à s'interroger sur ce que sont les mathématiques. C'est évidemment une question profonde et très complexe, et je n'aurai nullement la prétention de vouloir ici en faire le tour. Il n'en reste pas moins qu'il est important d'ouvrir le débat, ne serait-ce que pour apporter quelques éléments de réponse aux curieux - ils sont assurément plus nombreux qu'on le pense - qui se demandent bien ce que l'on peut faire faire comme mathématiques à des élèves de l'enseignement spécialisé.

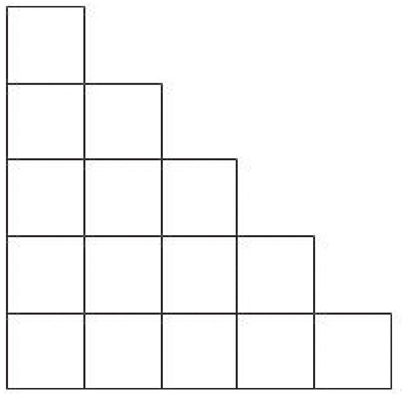
Car si d'aucuns, à de très rares exceptions près, ne sauraient s'avancer publiquement à discuter de ce que sont mathématiques, tout le monde a pourtant sa petite idée là-dessus. Tout le monde en effet a été à l'école et l'école est un endroit où l'on fait des mathématiques. Mes deux filles, par exemple, très peu de temps après avoir débuté l'école primaire, savaient déjà toutes sortes de choses au sujet des mathématiques. Elles avaient fait des jeux, des activités et des fiches de « maths » et les mathématiques avaient donc bel et bien commencé à exister pour elles : « les maths, c'est des calculs ; c'est quand on fait des jeux, des fiches… ». Ce n'étaient évidemment pas tout à fait les mêmes idées que leur papa se faisait des mathématiques, alors même que ses idées à lui ne correspondent assurément pas non plus à ce qu'en pensent ceux qui ont fait des mathématiques leur profession, les mathématiciens.

Dans le chapitre d'un livre concernant l'intervention auprès d'élèves en difficulté d'apprentissage (Conne, Favre & Giroux, 2006), nous avons cherché à définir en quoi consistent les mathématiques, en déclarant que nous les considérions sous trois aspects :

- un domaine universel de connaissance : ce monde si intriguant constitué par les nombres, les formes, leurs propriétés et leurs structures ;
- un champ de savoirs et de représentations supportant la connaissance de ce monde que sont les formes communes de connaissance du monde mathématique, comme les algorithmes de calcul, la symétrie ou les fonctions ; (…)
- une forme de l'intelligence de l'homme : la pensée logicomathématique (au sens de Piaget).

Nous poursuivions en affirmant que : le principal enjeu de tout enseignement des mathématiques, que ce dernier ait lieu dans l'enseignement spécialisé ou dans l'école ordinaire, est de faire connaître ce domaine, d'y donner accès. Les savoirs élaborés par l'histoire et la culture sont des moyens pour le faire, car ils donnent toujours quelque chose à connaître de cet univers, mais ils ne constituent pas la fin de l'enseignement. Le fait que ces savoirs, et plus généralement ces accès à la connaissance des mathématiques soient transmissibles et partageables s'explique en définitive par la forme même de l'intelligence et de la pensée.

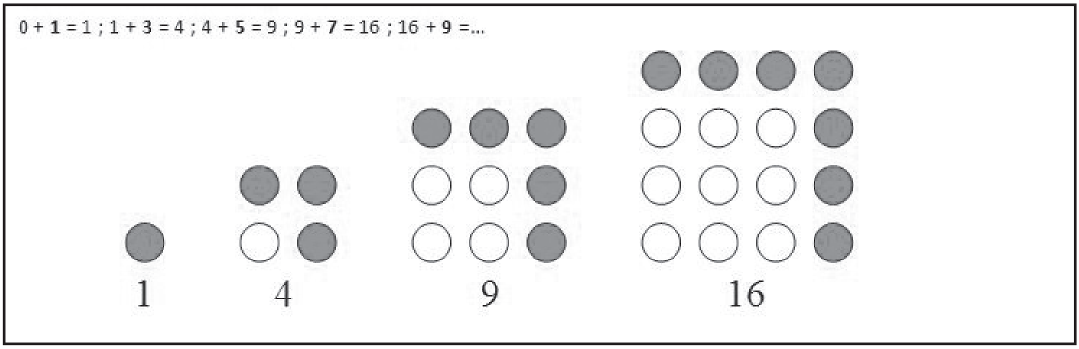
D'après ces propos, l'enjeu principal de l'enseignement des mathématiques est de favoriser des accès au domaine des nombres et des formes, autrement dit de chercher diverses manières pour amener élèves et enseignants à entrer en interaction avec ce domaine, partir à sa découverte et l'explorer grâce à l'exercice de leur pensée. Prenons un exemple pour l'illustrer. Voici une forme :



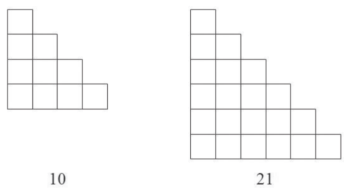
On peut chercher à décrire cette forme, en disant, par exemple, qu'elle a plus ou moins l'allure d'une autre forme qu'on appelle un triangle, mais qu'elle fait également penser à un objet que l'on rencontre dans de nombreuses maisons et qu'on appelle un escalier. On peut remarquer que cette forme est aussi haute que large et qu'elle est composée du même nombre de lignes verticales que de lignes horizontales qui s'entrecroisent les unes les autres de manière régulière. On peut dire aussi que cette forme est constituée d'un certain nombre de petites formes, toutes pareilles, qu'on appelle des carrés, que l'on a superposés les uns sur les autres de manière tout aussi régulière. On pourrait évidemment dire des tas d'autres choses encore, comme se demander ce que deviendrait cette forme si on l'agrandissait, la rapetissait ou si on la faisait pivoter (et dans ce cas, on préférerait peut-être la comparer à d'autres objets comme un bateau, un verre ou encore un chapeau).

DES RACINES LOINTAINES

Il y a très longtemps que l'humanité manifeste de la curiosité à l'égard des nombres, des formes et des nombreux liens qui les unissent. Les Grecs - l'école de Pythagore en particulier - se sont beaucoup intéressés aux rapports qui pouvaient exister entre les nombres et les formes. On dit, par exemple, qu'ils aimaient représenter les nombres en dessinant des points sur le sable et qu'ils les classaient ensuite selon la forme que prenait leur arrangement. Certains nombres pouvaient ainsi prendre la forme d'un carré, d'un rectangle ou d'un pentagone, alors que d'autres ne le pouvaient pas. Cette idée de représenter les nombres par des formes s'est vite révélée fructueuse, dans le sens où elle a permis de découvrir, en les visualisant, les propriétés de certains nombres. Ainsi, sur la figure ci-dessous, on peut « voir » que pour dresser la suite des nombres carrés, il suffit de procéder à l'addition successive des nombres impairs :



A l'image des nombres carrés, on pourrait dès lors considérer la forme de l'exemple qui précède, non plus comme une simple forme, mais bien comme un nombre[7]. Ce nombre serait le nombre 15 (car composé de 15 carrés) et il appartiendrait à la classe des « nombres triangulaires » ou « nombres escaliers » (selon que la forme fasse plutôt penser à un triangle ou à un escalier). On pourrait là aussi chercher à dresser la suite des nombres triangulaires/escaliers en commençant par celui qui précède le nombre 15 et celui qui le suit directement. On verrait alors que le nombre triangulaire/escalier qui vient juste avant 15 (et qui comprend une ligne de moins) est le nombre 10, alors que celui qui vient juste après (et qui comprend une ligne de plus) est le nombre 21.



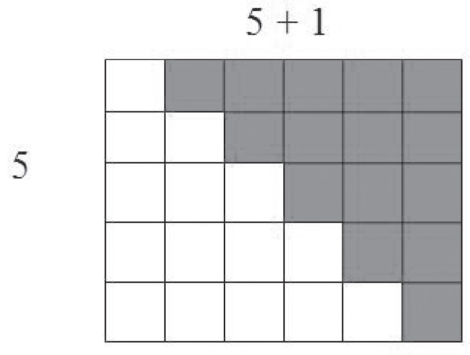
7 On trouve (entre autres) cette idée dans : GREM (1995).

En poursuivant de la sorte et en classant tous ces nombres du plus petit au plus grand, on obtiendrait la suite des nombres triangulaires/escaliers : 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55,… qui, contrairement à la suite des nombres carrés, s'obtient par addition successive de la suite des nombres entiers :

0 + 1 = 1 ; 1 + 2 = 3 ; 3 + 3 = 6 ; 6 + 4 = 10 ; 10 + 5 = 15 ; 15 + 6 = 21 ; 21 + 7 = 28 ; 28 + 8 = 36 ; 36 + 9 = 45 ; 45 + 10 = 55 ; 55 + 11 = …

En outre, dans le cas où notre intérêt pour les nombres triangulaires/escaliers ne tarirait pas, on pourrait même se demander, sachant que l'on connaît maintenant les dix premiers nombres de la suite, quel pourrait bien être le millième ou mieux encore le millionième nombre de cette sorte. Car s'il est manifestement impossible de le représenter avec des ronds dans le sable ou des carrés sur une feuille de papier, rien ne nous empêche pourtant de le rêver, ni de le calculer.

Les Pythagoriciens avaient découvert un moyen élégant de calculer n'importe lequel de ces nombres. Un moyen qui utilise naturellement les nombres, les formes et les rapports qu'ils entretiennent. Si l'on peut en effet trouver le cinquième nombre triangulaire/escalier en additionnant 1, 2, 3, 4 et 5 (soit les nombres successifs de carrés figurant sur chaque ligne), on peut également le faire d'une autre façon. Il suffit d'associer deux fois ce nombre triangulaire/escalier pour en faire un nombre rectangle. Il reste ensuite à calculer le nombre rectangle nouvellement formé, ce que l'on sait bien faire en multipliant 5 par 5 + 1, ce qui donne 30 ; puis à partager le résultat obtenu par 2, ce qui donne 15.



Or, si ce procédé ne rend pas plus aisée la tâche consistant à représenter un nombre triangulaire/escalier de dimension mille ou million[8], on peut en revanche parvenir à en conserver l'idée. Et avec une telle idée, on peut imaginer qu'il sera également possible d'associer deux nombres triangulaires/escaliers de dimension mille ou million pour en faire un nombre rectangle, puis de calculer ce nombre rectangle ainsi formé :

1000 x (1000 + 1) = 1001000 / respectivement 1000000 x (100000 + 1) = 1000001000000 et enfin de partager le résultat par 2 : 1001000 : 2 = 500500 / respectivement 1000001000000 : 2 = 500000500000[9].

FAIRE FAIRE DES MATHÉMATIQUES AUX ÉLÈVES ET AUX ENSEIGNANTES[10]

Arrivé à ce stade de mon propos, il est possible, voire même probable que quelques lecteurs aient décroché. Certains auront passé outre

7 L'opération consistant à vouloir dénombrer, à raison d'une case par seconde, l'ensemble des cases du millionième nombre triangulaire/escalier prendrait environ 15 844 ans !

8 Plus généralement, on dira que l'on obtient le n-ième nombre triangulaire/escalier en cherchant la moitié du produit du nombre n avec son successeur n + 1.

9 Il m'importe que non seulement les élèves, mais également les enseignantes se mettent à la tâche. Il s'agit de leur permettre d'appréhender par elles-mêmes certains objets ou certaines tâches qui peuvent a priori leur paraître dénuées de mathématiques, mais aussi et surtout de les engager dans des pratiques qui peuvent ensuite leur permettre de mieux lire ce qu'en feront les élèves et leur occasionner d'éventuelles surprises. Pour certaines d'entre elles, ce sera d'abord et surtout découvrir que l'on peut avoir du plaisir à faire des mathématiques.

quelques paragraphes, mais se seront peut-être laissés attirer par quelques mots ou quelque illustration. D'autres encore se seront emparés d'un crayon pour tracer quelques traits ou effectuer quelques calculs. On ne sait finalement jamais trop la portée de ce qu'on engage, quand on essaie d'aménager des accès au domaine des nombres et des formes. Et c'est pourtant bel et bien le travail que j'essaie de réaliser quand je me rends dans les classes de la Fondation de Vernand et qui me fait souvent dire que je m'y amuse beaucoup. Chercher des accès, aussi bien pour les élèves que pour les enseignantes, mais des accès, cela est d'importance, qui soient à la mesure de leurs intérêts, de leurs capacités et de leur âge.

A SUIVRE...

RÉFÉRENCES

Conne, F., Favre, J.-M. & Giroux, J. (2006). Répliques didactiques aux difficultés d'apprentissage en mathématiques : le cas des interactions de connaissances dans l'enseignement spécialisé. In P.-A. Doudin & L. Lafortune (Eds), *Intervenir auprès d'élèves ayant des besoins particuliers. Quelle formation à l'enseignement ?* Québec : Presses de l'Université du Québec.

GREM (1995). *Les mathématiques de la maternelle jusqu'à 18 ans. Essai d'élaboration d'un cadre global pour l'enseignement des mathématiques.* Groupe de recherche pour l'enseignement des mathématiques (Eds), Nivelles (B), pp.44-46.

Problème du 17ème rallye mathématique transalpin sélectionné par Thierry Dias

LE RÉVEIL (CAT. 5, 6)

Mon réveil avance de 10 minutes par heure. Je l'ai mis à l'heure hier soir à 22 h 00. Quand je me suis réveillé ce matin, il indiquait 08 h 30.

Quelle heure était-il réellement ?
Expliquez comment vous avez trouvé.