

LES QUESTIONS DE FERMI

Laura Weiss

IUFE, Université de Genève

INTRODUCTION

En 1623, dans *Il Saggiatore*, Galilée écrivait :

« La philosophie est écrite dans ce livre gigantesque qui est continuellement ouvert à nos yeux (je parle de l'Univers), mais on ne peut le comprendre si d'abord on n'apprend pas à comprendre la langue et à connaître les caractères dans lesquels il est écrit. Il est écrit en langage mathématique, et les caractères sont des triangles, des cercles, et d'autres figures géométriques, sans lesquelles il est impossible d'y comprendre un mot. »

Cette phrase, maintes et maintes fois citée, pose le constat de la contribution fondamentale que les mathématiques, en tant que langage mais aussi outil d'approfondissement et de formalisation des concepts, peuvent apporter aux sciences et à la physique en particulier. Plus de deux millénaires se sont écoulés depuis la naissance des mathématiques, à partir du monde physique et des besoins quotidiens, par le détachement du concret que les philosophes grecs ont progressivement opéré en définissant des objets idéaux, des règles non contingentes et un système de raisonnement basé sur la logique pure (Arsac, 1987). Avec Galilée et surtout Newton, c'est une union particulièrement fructueuse qui se (re)noue entre les deux disciplines, car la relation qu'elles entretiennent est bien plus intime que ne serait un lien de champ d'application – la physique pour les mathématiques – ou de langage – les mathématiques pour la physique.

Cette relation entre mathématiques et physique est si forte que plusieurs philosophes, physiciens et mathématiciens l'ont longuement auscultée : comment se fait-il que les mathématiques soient si bien adaptées pour décrire les phénomènes auxquels s'intéressent les sciences physiques ? Ainsi Etienne Klein (2005) transforme l'affirmation de Galilée en question :

« Comment un ensemble de symboles abstraits, arti-

culés par un jeu de règles précises, issus très souvent d'une activité purement intellectuelle, peut-il posséder de telles capacités d'adaptation au monde empirique ? ».

Question qu'Einstein traduit en stupéfaction à l'aide d'une de ses formules lapidaires :

« Ce qui est incompréhensible, c'est que le monde soit compréhensible ».

En effet le grand physicien considère que les mathématiques sont un produit de la pensée humaine, indépendant de l'expérience sensible et des objets réels. Il s'agit donc de comprendre pourquoi le langage mathématique permet de formuler les lois de la nature.

Si on suit Kant dans la Critique de la raison pure (1781), l'adaptation entre physique et mathématiques trouve son origine justement dans le fait que les mathématiques sont une construction de l'esprit humain. Autrement dit, le physicien, comme tout homme, comprend la nature en fonction des outils intellectuels qu'il a à disposition :

« La raison ne voit que ce qu'elle produit elle-même selon son projet, qu'elle devrait prendre les devants avec les principes qui régissent ses jugements, et forcer la nature à répondre à ses questions, mais non pas se laisser conduire en laisse par elle ».

Actuellement ce débat n'est pas clos, même si majoritairement les physiciens semblent s'accorder sur une idée proche de celle de Kant, à savoir que seules les propriétés mathématiques du monde physique nous sont accessibles et que la force de la physique réside justement dans le choix de limiter son champ d'étude à ce qui est mathématisable¹.

Si dans cette introduction, nous nous sommes référés à cette question vieille d'un demi-millénaire, sans réponse à ce jour et peut-être à jamais, sur la nature de la relation intime entre mathématiques et physique, c'est une autre connivence entre ces deux disciplines que nous allons illustrer ci-dessous. Elle porte sur les questions de Fermi, qui semblent concerner particulièrement les physiciens, comme le prouve la présence d'une rubrique mensuelle s'y rapportant dans *The Physics Teacher*, journal américain populaire pour les enseignants de physique.

¹ Pour une brève revue des positions des scientifiques et philosophes sur ce sujet voir Klein (2005).

Ces questions exposent comment, en s'appuyant sur des mathématiques simples et des données approchées, il est possible de répondre à toutes sortes de questions de la vie quotidienne.

Dans cet article, après avoir défini les questions de Fermi et décrit leur fonctionnement d'abord dans le cas d'exemples historiques, puis concrets pour la classe, nous en discutons l'intérêt et montrons qu'elles s'inscrivent dans les objectifs du plan d'études romand (PER).

LA QUESTION DE FERMI « MUSICALE » D'ORIGINE

Enrico Fermi, prix Nobel de physique 1938, l'un des tout grands physiciens du XX^e siècle, était considéré comme un maître des approximations en calcul, car il avait le goût de se poser des questions parfois bizarres et de les résoudre sur le champ, avec les moyens à disposition. Ainsi, on raconte qu'un jour il s'interrogea sur les accordeurs de pianos travaillant dans la ville de Chicago et qu'avec ses amis il en estima le nombre sur un coin de table. Sa réponse tient dans une suite de suppositions à propos des valeurs numériques des données et dans un calcul d'ordre de grandeur du résultat.

COMBIEN D'ACCORDEURS DE PIANOS TRAVAILLENT À CHICAGO ?

En partant de cet exemple, nous définissons une question de Fermi comme un problème dont les données numériques ne peuvent

Réponse

$$125'000/1000 = 125,$$

DONC une centaine d'accordeurs de pianos à Chicago dans les années 1930.

être qu'estimées, ce qui implique un résultat dont on ne peut donner que l'ordre de grandeur – à savoir l'exposant de la puissance de 10 – et non la valeur précise. Cette estimation assez grossière (quand le résultat est 1000 par exemple, on ne peut savoir s'il s'agit de 512 ou 4328 !) peut être due à un choix délibéré, quand l'ordre de grandeur du résultat suffit pour répondre à la question ou, au contraire, au manque de connaissance précise des données initiales. Cette façon de procéder peut s'appliquer à énormément de situations, dont quelques unes sont exemplifiées ci-dessous. Toutefois, avant de proposer d'autres exemples, quelques commentaires sur la situation des accordeurs de pianos permettent de mieux comprendre le raisonnement qui en sous-tend la résolution.

Le résultat calculé ci-dessus d'une centaine d'accordeurs de piano à Chicago dans les années 1930 n'est certainement pas exact, car les suppositions faites sont toutes discutables, mais certaines plus que d'autres. Par exemple, le pourcentage de foyers de Chicago qui font accorder leur piano une fois l'an semble particulièrement sujet à une remise en cause. Probablement un bon musicien qui possède un vieux piano le fait accorder plus régulièrement, alors que les parents d'un enfant qui apprend à jouer peuvent être plus laxistes sur la régularité des accordages, par conséquent la moyenne peut être très différente de 5%.

L'intérêt de ce type d'analyse réside plutôt dans l'identification des données à préciser pour calculer, puis affiner le résultat. Il serait donc utile de rechercher une valeur plus exacte du nombre d'habitants de Chicago, qui est une donnée aisément accessible. En revanche, le pourcentage de foyers concernés ou le temps de travail d'un accordeur – qui ne travaille généralement pas comme un employé à 40 heures par semaine – sont beaucoup plus difficiles à estimer. Pour cette dernière donnée, une autre façon de s'y prendre serait de contacter un accordeur et lui deman-

Suppositions à faire :

Nombre d'habitants de Chicago : environ 5'000'000

Nombre de personnes par foyer : en moyenne 2

Pourcentage de foyers qui possèdent un piano et le font accorder régulièrement : 5%

Fréquence d'accordage d'un piano : en moyenne une fois par an.

Durée d'accordage d'un piano : environ 2 heures, déplacement compris.

Temps de travail d'un accordeur : 8 h par jour, 5 jours par semaine, 50 semaines par an.

Solution sur la base de ces suppositions

Nombre total d'accordages par an : (5.000.000 habitants) / (2 habitants par foyer) × (5% de foyers avec piano) × (1 accordage par an) = 125'000 accordages.

Nombre d'accordages par accordeur : (50 semaines) × (5 jours par sem.) × (8 heures par jour) / (2 heures par accordage) = 1000 accordages par an.

der le nombre d'accordages qu'il fait par an, sur la base de son livre de comptes ou en l'observant travailler pendant un jour typique. Mais même de cette manière, le calcul ne prend pas en compte les spécificités qui peuvent exister dans un métier de niche comme celui d'accordeur de pianos. Une dernière solution serait alors de passer d'une approximation par ordre de grandeur à une « fourchette » en établissant des limites inférieure et supérieure en fonction de la variabilité du travail des accordeurs.

Enfin, si connaître le nombre d'accordeurs de piano travaillant à Chicago dans les années 30 est une information totalement gratuite et d'un intérêt limité sans doute même pour Fermi qui avait imaginé la question, son intérêt pédagogique, ou plutôt d'une autre question qui concernerait davantage les élèves, est surtout la possibilité de débattre du résultat trouvé, de sa validité et de sa plausibilité. Ainsi un débat scientifique avec classe permettrait d'abord de vérifier la validité du résultat d'un point de vue de la technique mathématique (le principe du calcul est-il correct ? la formule employée exacte ? les calculs sont-ils justes ?), puis d'entrer dans une réflexion sur la probabilité et la plausibilité du résultat.

LE PARADOXE DE FERMI

Un deuxième exemple historique permet de mieux préciser l'intérêt des questions de Fermi. Le projet SETI² (Search for Extra-Terrestrial Intelligence) essaie d'estimer depuis environ trois quarts de siècle les probabilités de communication de notre civilisation avec des extraterrestres. L'équation suggérée par Drake en 1961³ permet de calculer N, le nombre de civilisations extraterrestres avec lesquelles les Terriens pourraient entrer en contact.

NOMBRE DE CIVILISATIONS EXTRATERRESTRES AVEC LESQUELLES LES TERRIENS POURRAIENT ENTRER EN CONTACT

La solution proposée se base sur l'idée de décomposer, grâce à l'équation de Drake, la réponse à la question initiale en plusieurs

² <http://www.seti.org/>

³ http://fr.wikipedia.org/wiki/%C3%89quation_de_Drake ou encore <http://exobio.chez-alice.fr/drake.htm>

Solution

$$N = R^* \times f_p \times n_e \times f_i \times f_c \times L \text{ où}$$

R^* = nombre d'étoiles en formation par an dans notre galaxie,

f_p = fraction d'étoiles possédant des planètes,

n_e = nombre moyen de planètes par étoile propices à la vie,

f_i = fraction de planètes avec apparition de la vie

f_c = fraction de vies donnant des civilisations « intelligentes »

L = durée de vie moyenne d'une civilisation, en années.

Réponse historique

Les valeurs plausibles, à l'époque où l'équation a été proposée, étaient $R^*=10$; $f_p=0,5$; $n_e=2$; $f_i=1$; $f_c=0,01$; $L=10^7$, ce qui donne comme réponse $N = 10$.

sous-questions dont certaines peuvent avoir une réponse relativement précise, comme R^* ou f_p . Pour notre part, nous voyons dans cette méthode l'analogie d'un calcul d'erreur où l'imprécision du résultat final peut être renvoyée aux imprécisions des différentes mesures. Signalons toutefois que de considérables désaccords subsistent encore aujourd'hui à propos des données choisies à l'époque, dont certaines ont pu être améliorées depuis les années soixante avec les progrès de l'astronomie. Ici aussi un débat scientifique, ou du moins une réflexion sur le résultat, confère à la méthode une plus grande portée : d'une part elle permet d'identifier les données à affiner, d'autre part, malgré les inconnues qui subsistent, elle offre un ordre de grandeur qui n'est pas énoncé simplement au hasard.

Fermi s'était aussi intéressé à ce problème et l'avait reformulé sous forme du paradoxe qui porte son nom⁴ : « S'il y a autant de civilisations extraterrestres, leurs représentants devraient déjà être chez nous. Où sont-ils donc ? ». Son argumentation se basait sur le fait que la Terre est beaucoup plus jeune que l'Univers et que si d'autres civilisations technologiques ont existé ou existent dans la galaxie, elles auraient déjà dû entreprendre des voyages interstellaires. Or, il n'y a pas de signes ou de traces de ces voyages. Plusieurs hypothèses ont été énoncées pour expliquer ce paradoxe. En laissant de côté les arguments de ceux qui considèrent la

⁴ http://fr.wikipedia.org/wiki/Paradoxe_de_Fermi

question trop anthropomorphique et la rejettent d'emblée puisqu'il serait impossible de communiquer avec une vie aux formes trop différentes de la nôtre, on trouve trois catégories de réponses. La vie intelligente n'existe que sur Terre puisque le principe d'exclusion biologique, qui pourrait s'appliquer dans ce cas aux espèces intelligentes, empêche que deux espèces partagent la même niche écologique (d'où f_i égale 0); les extra-terrestres existent bien mais les voyages interstellaires restent impossibles, car trop longs pour la durée de notre vie et c'est la communication qui est impossible (d'où f_c égale 0); ou enfin les extraterrestres existent bien et nous visitent à notre insu, puisque nous sommes incapables de détecter leurs traces ! Si le paradoxe de Fermi continue d'être discuté dans les cercles du projet SETI et des promoteurs de sciences comme l'exobiologie, la futurobiologie ou l'astrosociologie, il permet dans notre propos de mettre en évidence que les estimations des données des questions de Fermi sont parfois très difficiles, voire basées sur des arguments très discutables.

Concluons que cette question n'est pas présentée ici pour un quelconque intérêt pour l'enseignement, mais bien pour son statut « historique » qu'elle partage avec la précédente. On peut ainsi en retenir essentiellement une démarche qui, malgré le grand nombre de données discutables à prendre en compte, réduit autant que faire se peut l'épaisseur de l'inconnu auquel l'homme est confronté quand il pense à sa place dans l'univers.

LE NOMBRE DE GRAINS DE RIZ DANS UN PAQUET D'UN KILOGRAMME

Pour illustrer la méthode des questions de Fermi à un niveau qui soit adapté à l'école primaire, on peut faire chercher aux enfants la question classique⁵ du nombre de grains de riz contenus dans un kilogramme de riz. Essentiellement deux méthodes de solution du problème sont à leur portée, l'une passant par le comptage du nombre de grains contenus dans un volume donné de riz, l'autre par le comptage du nombre de

grains contenus dans une masse donnée de riz. Détaillons-les brièvement l'une et l'autre. Le problème peut être proposé en fin d'école primaire, par exemple en 7e ou en 8e année. Pour le travailler avec des enfants plus jeunes, il faut transposer la question à des objets plus grands, par exemple des marrons ou des billes, les premiers présentant l'avantage de ne pas être tous de la même taille et mieux justifier ainsi aux yeux des enfants un résultat approximatif, résultat dont la précision pourra ensuite être montrée comme suffisante pour les besoins du problème (le problème peut être de calculer le nombre de marrons qu'un marronnier produit et il sera demandé aux enfants de ramasser les marrons dans la cour de récréation pendant quelques semaines). Avec de jeunes enfants, le calcul du volume est remplacé par le comptage du nombre de fois qu'on peut remplir un récipient (par exemple une grande boîte) avec les marrons. En comptant le nombre de marrons qu'on peut mettre dans la boîte, le nombre total de marrons ramassés s'obtient à l'aide d'une multiplication ou d'une addition répétée pour les élèves plus jeunes. Ici aussi, l'intérêt est d'arrondir le nombre de marrons contenus dans le récipient, en montrant qu'on n'en met pas toujours le même nombre selon la façon dont ils se placent et de leur dimension, pour trouver un résultat approché, mais qui donne un bon ordre de grandeur. Une discussion avec les élèves pourra mettre en évidence qu'avec deux ou trois marrons de moins ou de plus dans la boîte à chaque remplissage, le résultat final varie entre deux fois plus ou moins le nombre de remplissages, qui est une toute première approche du concept de l'imprécision d'une mesure.

NOMBRE DE GRAINS DE RIZ DANS UN KILOGRAMME DE RIZ

Quel est l'intérêt de cette tâche ? Outre le fait qu'elle permet de récolter de l'argent pour les courses d'écoles lors de soirées de parents en proposant, contre une obole, de deviner le nombre de grains de riz contenus dans un récipient, nous y voyons d'abord deux objectifs mathématiques et un objectif de collaboration. Ce dernier est le travail

⁵ Ce problème est classique, de nombreux sites sur internet traitent de la question.

Solution par le volume

Un paquet de l'excellent riz pour risotto « Carnaroli » (<http://www.fureurdesvivres.com/news/riziculture-italienne-et-ri-sotto>) dans un emballage souple en plastique a des dimensions d'environ 16 cm sur 10 cm sur 8 cm, ce qui correspond à un volume arrondi de 1500 cm³. Si on compte 500 grains de ce riz, ils occupent un volume de 4 cm sur 4 cm sur 1 cm, ce qui donne 16 cm³, qu'on peut arrondir à 15cm³. A noter qu'il peut être demandé aux élèves d'une classe de compter 1000 grains par groupes de 2 ou 3 élèves, ce qui permet, dans une classe de 20 élèves, d'obtenir le volume de 10'000 grains, améliorant ainsi la précision de la donnée de base. Revenant à notre calcul, si un volume de 15 cm³ de riz correspond à 500 grains, alors le kilogramme de riz, dont le volume est approximativement 1500 cm³, contient environ 50'000 grains. Le résultat peut être arrêté à son ordre de grandeur, à savoir 100'000 grains.

Les grains de riz « Carnaroli » étant petits et irréguliers, notre résultat est un peu supérieur mais reste proche et surtout du même ordre de grandeur que celui donné par plusieurs sites internet (entre 30'000 et 50'000 grains par kilogramme (<http://www.doc-etudiant.fr/Physique-qr/Combien-y-a-t-il-de-grains-dans-un-kilo-de-riz-34426.html>)), qui se basent probablement le riz à long grain le plus utilisé.

Solution par la masse

L'idée est la même que pour le volume, il s'agit de peser un nombre de grains de riz dénombrable sans erreur en un temps raisonnable, puis, par l'application de la proportionnalité, calculer le nombre de grains de riz contenus dans un kilogramme. Toutefois, cette deuxième méthode est sujette à plus de discussion. En effet, si les élèves peuvent dénombrer collectivement 10'000 grains, la masse de ces derniers est de l'ordre de 100 g (de 50 à 200 g (Masse d'un grain de riz, selon différents sites internet, autour de 0,02 à 0,028 g. Voir par exemple : <http://forums.futura-sciences.com/chimie/441715-mole-dun-grain-de-riz.html> ou <http://www.ilephysique.net/forum-sujet-190277.html>; etc.)), ce qu'il est possible de mesurer sur une balance de ménage facile à se procurer. Mais comme la masse d'un grain de riz est de l'ordre de 0,01 g, l'ajout de quelques grains sur la balance ne fait pas varier le résultat de la balance, ce qui peut déstabiliser les élèves.

Comparaison des deux méthodes

Si les deux méthodes peuvent être appliquées avec la classe, il peut être intéressant de partager les élèves en deux groupes et de comparer ensuite les résultats obtenus par les deux méthodes. Les différences obtenues devraient renforcer l'idée de se limiter à l'ordre de grandeur et ne pas vouloir chercher plus de précision pour le résultat.

collectif des élèves, la tâche mettant en évidence la rentabilité de la collaboration, parce qu'elle permet d'atteindre un comptage plus élevé et d'améliorer ainsi la précision du résultat. Les deux premiers sont d'une part le calcul de volume à partir des dimensions du paquet d'un kilogramme de riz et des dimensions du récipient dans lequel on met les grains dénombrés et d'autre part l'application de la proportionnalité, car ces deux notions mathématiques entrent en jeu pour obtenir le résultat.

Mais un troisième type d'objectif ne doit pas être négligé, objectif qui peut être travaillé dans le cadre d'un débat scientifique entre les élèves, après l'obtention et la validation du résultat : c'est à nouveau l'idée que la précision à rechercher dans un résultat est non seulement dépendante des données initiales, mais aussi de la question posée. Ce deuxième choix est de la responsabilité de l'auteur du calcul, en fonction des éléments inhérents au problème mais aussi du regard qu'il porte sur celui-ci. Trop souvent, la résolution d'un problème et le calcul de sa réponse fait perdre aux élèves le contexte de la question et la précision nécessaire de la réponse. A ce propos, l'utilisation de la

calculatrice, qui calcule « trop » facilement et « trop » précisément, peut s'ériger en obstacle à un choix raisonné de la précision d'un résultat en fonction de la situation.

LA DIMENSION DES MOLÉCULES

Les molécules sont vraiment très petites, tout le monde l'a appris à l'école. Mais comment se faire une idée de leur petitesse ? Et éventuellement faire partager cette conscience aux élèves, qui confondent parfois molécules et microbes ! Une question de Fermi permet de rendre plus concevable cette petitesse à travers une estimation du très grand nombre de molécules dans un petit volume : il s'agit de comparer le nombre de molécules d'eau (H₂O) d'une goutte d'eau avec le nombre de gouttes d'eau dans le lac Léman⁶. La solution de ce problème nécessite de calculer le volume de l'eau du lac, le volume d'une goutte et le nombre de molécules d'eau dans une goutte, trois calculs qui impliquent des estimations des données numériques en jeu.

⁶ <http://primas.unige.ch/index.php/materiel/materiel-pour-l-enseignement/mathematiques/37-molecules-maths>

COMPARER LE NOMBRE DE MOLÉCULES D'EAU (H₂O) DANS UNE GOUTTE D'EAU AVEC LE NOMBRE DE GOUTTES D'EAU DANS LE LAC LÉMAN

Solution

Le volume du lac Léman peut être modélisé par un parallélépipède rectangle de longueur 100 km, de largeur 10 km et de profondeur 100 m. Le calcul de son volume donne 1011 m³, ce qui est proche de la valeur qu'on peut trouver dans des références (http://fr.wikipedia.org/wiki/Lac_L%C3%A9man). En effet, il y est dit que le lac Léman contient 89 milliards de m³ d'eau.

Le volume d'une goutte se calcule en sachant qu'un compte-goutte donne environ 20 gouttes par millilitre, ce qui correspond à un volume de 0,05 mL ou 5×10^{-8} m³.

Le nombre de gouttes dans le lac se calcule en divisant le volume du lac par le volume d'une goutte. Cela donne $10^{11}/(5 \times 10^{-8}) = 2 \times 10^{18}$ gouttes, ce qui se lit deux milliards de milliards de gouttes. C'est un grand nombre !

Pour calculer le nombre de molécules dans une goutte d'eau, il faut passer par le concept de mole et le nombre d'Avogadro : dans une mole d'une espèce chimique, il y a 6,0221415 $\times 10^{23}$ molécules, ce qu'on peut aisément arrondir à 6×10^{23} . La masse de la mole d'H₂O étant 18 g (2 fois 1g pour chaque atome d'hydrogène et 16 g pour l'atome d'oxygène) et la masse d'une goutte d'eau de 0,05 mL étant 0,05 g (Pour rappel 1 litre d'eau a une masse de 1 kg, car la masse volumique de l'eau est de 1000 kg/m³), on peut calculer qu'une goutte contient environ 2×10^{21} molécules, ce qui s'énonce deux mille milliards de milliards. C'est encore un plus grand nombre, mille fois plus grand que le précédent.

Réponse

Il y a environ mille fois plus de molécules dans une goutte d'eau que de gouttes d'eau dans le lac Léman.

Cet exemple fait appel à la connaissance – basique en chimie – de la mole⁷. Ce concept, comme l'incroyable grandeur du nombre d'Avogadro, reste très difficile à se représenter par les élèves. C'est la raison pour laquelle nous proposons cette analogie numérique entre le nombre de molécules d'une goutte d'eau et le nombre de gouttes d'eau du lac Léman. Pour le lac, il est plus aisé de comprendre que seul l'ordre de grandeur du nombre de gouttes importe, car ce nombre varie sans arrêt, les gouttes vont et viennent, s'évaporant et se conden-

7 Pour proposer cette activité à des élèves n'ayant aucune base de chimie, il faut leur indiquer que 18g d'eau pure contiennent approximativement 6×10^{23} molécules

sant, s'échappant à l'occasion d'une plus grande vague ... Cependant le très grand nombre de gouttes du lac, nombre dont on peut appréhender qu'il est énorme, aide à concevoir combien sont nombreuses – et donc petites – les molécules, dans la mesure où une seule goutte en contient mille fois plus que de gouttes dans le lac.

DISCUSSION ET CONCLUSION

La variété des questions de Fermi est immense. Preuve en est le journal américain *The Physics Teacher*⁸ qui leur consacre depuis plus de dix ans une rubrique mensuelle. Les questions traitées vont de la précision de la mesure du temps qui serait nécessaire pour déterminer exactement le sept milliardième habitant de la Terre⁹ à l'altitude dont devait se lancer Felix Baumgartner pour atteindre la vitesse du son¹⁰, en passant par le nombre de mots prononcés lors d'une campagne électorale¹¹. Pour des élèves plus jeunes, la recherche européenne Lema a édité une brochure, qui propose une série de questions de ce type utilisables en classe de mathématiques ou de sciences, que nous invitons les enseignants à explorer¹².

Si certaines questions de Fermi peuvent sembler un peu gratuites, elles comportent, à notre avis, un intérêt scientifique et didactique certain. Tout d'abord, elles font souvent appel à une combinaison de connaissances scientifiques dans le domaine dans lequel elles s'appliquent, nécessaires pour élaborer la « formule » qui formalise la réponse, et au bon sens pour estimer la pertinence et la valeur des grandeurs en jeu.

Ensuite elles permettent de se « faire une idée » de la réponse à une question qui peut être issue de la simple curiosité, en adoptant cependant une posture scientifique. En effet, pour les résoudre, ces questions demandent d'identifier les facteurs ou

8 http://tpt.aapt.org/features/fermi_questions_solutions

9 <http://scitation.aip.org/journals/doc/PHTeah-home/fermi/feb2012.pdf>

10 http://tpt.aapt.org/resource/1/phteah/v51/i1/p14_s1?bypassSSO=1

11 <http://scitation.aip.org/journals/doc/PHTeah-home/fermi/nov2012.pdf>

12 <http://www.lemma-project.org/web.lemaproject/web/fr/tout.php>

les données qui interviennent dans le calcul du résultat et de les estimer numériquement (comme pour l'équation de Drake). Elles développent ainsi ce qu'on peut appeler « bon sens numérique », qui appartient au domaine de la « numéracie ». L'importance de ce champ de compétences est actuellement de plus en plus reconnu, en particulier parce que sa non maîtrise est un facteur handicapant pour les chômeurs de longue durée et d'autres personnes dont l'intégration sociale est déficiente¹³. Par exemple au Québec, les autorités scolaires mettent l'accent sur le développement de ce type de compétence dès le plus jeune âge, comme composante de la pensée critique et proposent des formations dans ce domaine aux enseignants des petites classes¹⁴.

Dans le domaine scientifique, une résolution du type question de Fermi est souvent une première approche qui permet de décider s'il vaut la peine d'investir dans la recherche de données plus précises, qui peuvent être difficiles à trouver, et dans un calcul plus élaboré qui demande l'aide d'instruments de calcul.

Car justement les questions de Fermi permettent de se dégager de la dépendance aux instruments de calcul¹⁵. Cela est important selon nous pour deux raisons. D'une part, simplement parce qu'une réponse au niveau de son ordre de grandeur est généralement suffisante dans de nombreuses situations de la vie quotidienne, où il s'agit de faire des choix raisonnés. Par exemple, s'il s'agit de prendre une décision sur la base de la comparaison de deux grandeurs (comme dans la dimension des molécules, mais aussi par exemple pour savoir s'il est plus intéressant de prendre un forfait ou de payer à l'unité) un calcul fondé sur des estimations suffit généralement. D'autre

part, et cela est particulièrement important pour l'enseignement, parce que la calculatrice fait souvent perdre à son utilisateur une partie du contrôle de son résultat. Nous abondons dans le sens de la présentation des questions de Fermi dans *The Physics Teacher* :

« Forcer élèves et étudiants à utiliser leur capacité à estimer, à donner des réponses en termes d'ordre de grandeur n'est pas seulement un enjeu pour réussir des concours mais une stratégie d'enseignement en classe pour développer la confiance en soi et la capacité d'analyse des résultats pour décider s'ils ont du sens, plutôt que de se reposer sur la précision d'une valeur calculée à l'aide d'une calculatrice »¹⁶. (Bouffard, 1999, 314)

On retrouve un objectif très proche de celui-ci dans les « éléments pour la résolution des problèmes » du plan d'études romand (PER - MSN 33) : « Résoudre des problèmes numériques et algébriques ... en estimant un résultat et en exerçant un regard critique sur le résultat obtenu »¹⁷. On peut d'ailleurs regretter de ne pas voir cet objectif davantage mis en évidence et répété à plusieurs occurrences dans le PER. En effet, il nous semble qu'un travail systématique en classe sur ce genre de questions, en s'inspirant par exemple de la brochure Lema citée ci-dessus, devrait permettre de développer chez les élèves un bon sens numérique qui leur servira tout au long de leur vie. Comme le formule Müller dans le site expériment@l de la Faculté des sciences de l'Université de Genève¹⁸, il s'agit de « calculs simples [offrant des] outils (de compréhension) forts ». Il serait dommage d'en priver les élèves.

Références bibliographiques

- Arsac, G. (1987). L'origine de la démonstration : essai d'épistémologie didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 8.3, 267-309.
- Bouffard, K. (1999). *The Physics Teacher* 37, 314.
- Galileo Galilei, (1623). *Il Saggiatore*, traduction française de Christiane Chauviré, L'Es-sayeur, Les Belles-Lettres, Paris, 1980.
- Klein, E. (2005). L'efficacité des mathématiques est-elle si « déraisonnable » ? Forum de la théorie, 6 et 7 décembre 2005. Cycle
- 16 Texte d'introduction sur les questions de Fermi traduit. <http://tpt.aapt.org/resource/11/phpteach/v37/i5/p314>
- 17 http://www.plandetudes.ch/web/guest/MSN_33/
- 18 <https://experimental.unige.ch/que-sont-les-problemes-de-fermi/>

13 http://www.alice.ch/fileadmin/user_upload/alicech/dokumente/sveb/projekte/elements_constitutifs.pdf

14 http://foundationsfornumeracy.cllnet.ca/pdf/EY_NumeracyKit09_FRE.pdf

15 Pour mémoire, les utilisateurs de règle à calcul devaient faire l'estimation de l'ordre de grandeur « de tête » puisque la règle à calcul donnait la valeur numérique mais non l'ordre de grandeur.

de conférences de l'IREM de Montpellier
2007-2008. http://www.irem.univ-montp2.fr/IMG/pdf/texte_conf_Klein.pdf

Müller, A. Rubrique Question de Fermi.
<https://experimental.unige.ch/que-sont-les-problemes-de-fermi/>