SECTIONS DU CUBE ... EN VERSION GÉANTE

Jimmy Serment[1]

L'intention principale de cet article est de présenter une autre démarche d'enseignement peu fréquente en géométrie. Cette manière d'enseigner devrait permettre aux élèves de mettre en relation l'aspect théorique de certaines notions géométriques avec des objets réels de grande dimension. Les élèves seront ainsi plus actifs en construisant des objets, puis en les observant pour enfin en tirer des propriétés.

Ce qui va être narré fait partie d'une séquence didactique sur les constructions géométriques dans l'espace, avec des enfants en difficultés scolaires du Secondaire 1. Les élèves sont âgés de onze à quinze ans, ils sont intégrés au Secondaire 1 mais présentent un retard scolaire par rapport à leurs camarades.

RÉCIT DE L'EXPÉRIMENTATION

Pour découper des sections de cubes, les élèves découpent dans un premier temps les plus grands cubes possibles dans une plaque de polystyrène de 50 cm x 100 cm x 8 cm.

Figure 1- Mur de cubes découpés

Pour le faire, les élèves disposent de deux découpeurs à fil chaud. Ils découpent des bandes de 8 cm de large, puis découpent ces bandes en cubes de 8 cm d'arête.

Une fois cette première étape réussie, ils peuvent passer à l'étape suivante. Il s'agit de reporter sur les cubes en polystyrène trois points particuliers choisis sur un cube dessiné en perspective. Les élèves devront ensuite réaliser par découpe des sections planes passant par ces trois points.

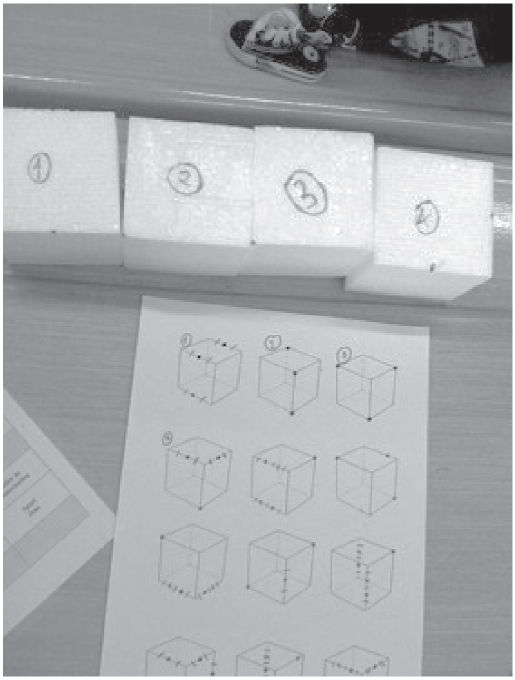

Figure 2 – Report des points sur les cubes

Enfin, les élèves découpent leurs cubes selon les points reportés, ils obtiennent ainsi douze polygones : triangles, quadrilatères, pentagones et hexagones.

1 étudiant HEP Lausanne.

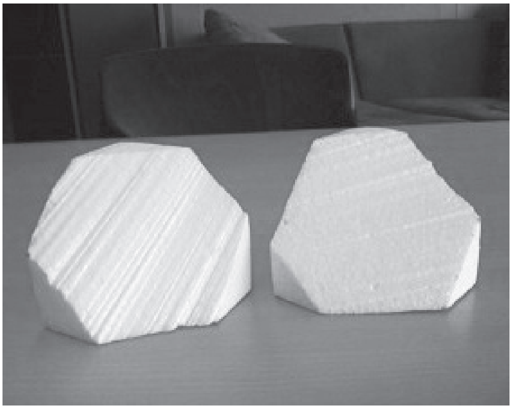

Figure 3 – Section hexagonale régulière

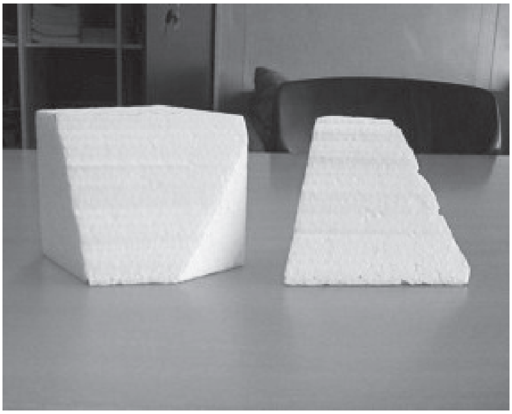

Figure 4 – Section trapézoïdale

On peut remarquer que la coupe selon un plan est remarquablement bien réalisée malgré les canaux caractéristiques de la découpe au fil chauffant et les élèves peuvent ainsi observer les faces planes obtenues.

Au terme de cette étape, une institutionnalisation est organisée sur les principales propriétés des triangles et quadrilatères. Les élèves doivent proposer des caractéristiques qu'ils observent sur leurs figures découpées, en se focalisant sur trois points d'observation demandés, les côtés, les angles et les axes de symétrie. Toutes les propositions des élèves sont notées au tableau noir sous la forme d'un tableau où chaque ligne est consacrée à un quadrilatère (ou à un triangle), les colonnes sont consacrées aux trois points d'observation demandés. Le tableau des résultats est ensuite analysé et complété par l'aide-mémoire. Les élèves recopient la synthèse du tableau noir dans leur cahier.

Je propose ensuite aux élèves de construire un cube d'arête 20 cm en utilisant des pailles et des raccords adaptés. A l'intérieur de ce cube, ils reproduisent le pourtour des sections du cube précédemment identifiées grâce à de la ficelle.

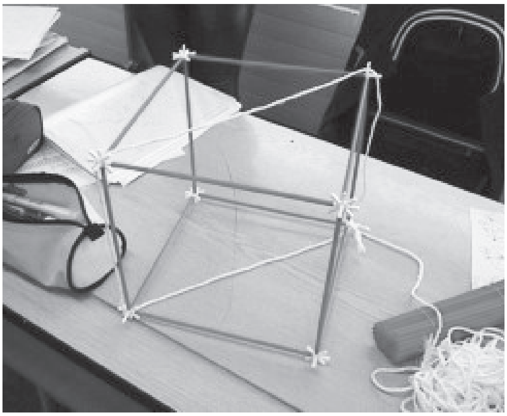

Figure 5 – Section rectangulaire

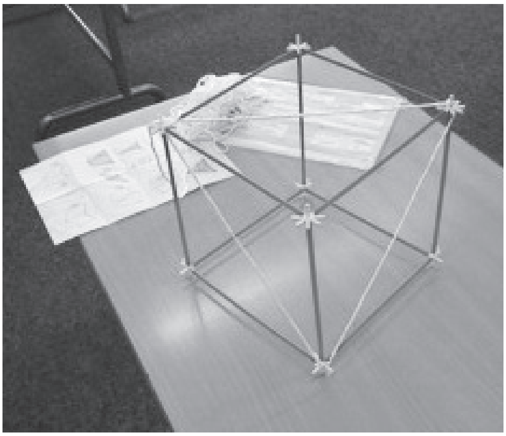

Figure 6 – Section triangulaire équilatérale

Après ces deux étapes vient l'activité phare. Les élèves construisent un cube géant de deux mètres d'arête, grâce à douze tuyaux en PVC ainsi que huit raccords en PVC bricolés à la main. Une fois le cube construit, les élèves ont la consigne de reproduire une nouvelle fois les sections toujours en utilisant de la ficelle.

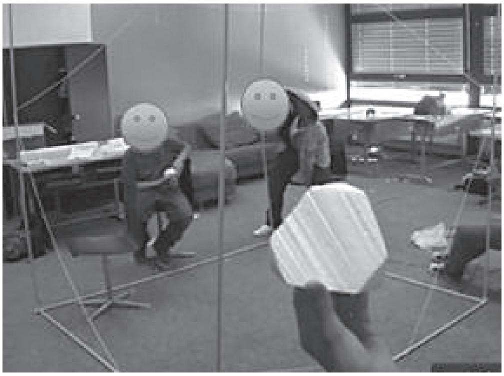

Figure 8 – Section grande, hexagone régulier

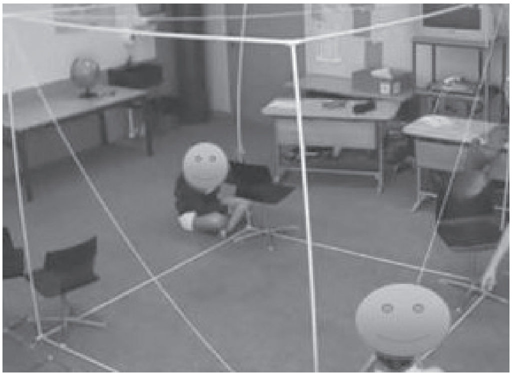

Figure 7 – Section grande, triangle équilatéral

LES RAISONS DE CETTE EXPÉRIMENTATION

Le plan d'étude en vigueur à ce jour, le Plan d'Etude Vaudois (PEV), demande de travailler une compétence visée en géométrie : « modéliser le plan et l'espace ». Le futur Plan d'Etude Romand (PER) ne donne aussi qu'une seule compétence générale en géométrie : « poser et résoudre des problèmes pour modéliser le plan et l'espace ». Le PER précise toutefois les manières d'y arriver en proposant diverses méthodes, en voici deux :

« - en définissant des figures planes et des solides par certaines de leurs propriétés géométriques
- en utilisant des propriétés des figures et leur décomposition en figures élémentaires pour les construire et les reproduire »

L'activité effectuée me paraît viser ces compétences, en permettant aux élèves de passer de l'espace vers les figures planes et vice versa. Dans l'enseignement général la notion de cube est habituellement abordée par la perspective cavalière réalisée sur papier.

Pourtant on peut concevoir les apprentissages selon plusieurs phases. Un premier principe des apprentissages en géométrie est de se baser sur la conception de l'intuition de l'espace présente dans chaque être humain. Cette conception d'une intuition semble être vérifiée par une étude récente (Izard & Pica, 2011). Les deuxième et troisième étapes dans le processus d'apprentissage sont le passage à l'expérience sensible et le croisement de ces différentes expériences, afin de construire un concept. Beaucoup d'auteurs, notamment Bachelard (1938), postulent qu'il faut passer par différentes expériences sensibles en géométrie pour appréhender un concept.

Dans la séquence présentée, les élèves peuvent conceptualiser la forme de certaines sections planes d'un cube grâce à différents types de représentations : d'abord en utilisant les petits cubes définis par leurs faces en polystyrène, puis avec la construction du cube géant défini par ses arêtes.

QUELQUES SURPRISES DIDACTIQUES

J'ai pu constater qu'aucun de mes élèves n'a rencontré de difficulté pour tracer les points sur les cubes (Figure 2). Ensuite, ces mêmes élèves ont relié aisément les points sur les cubes par des segments de droites, afin de pouvoir les sectionner.

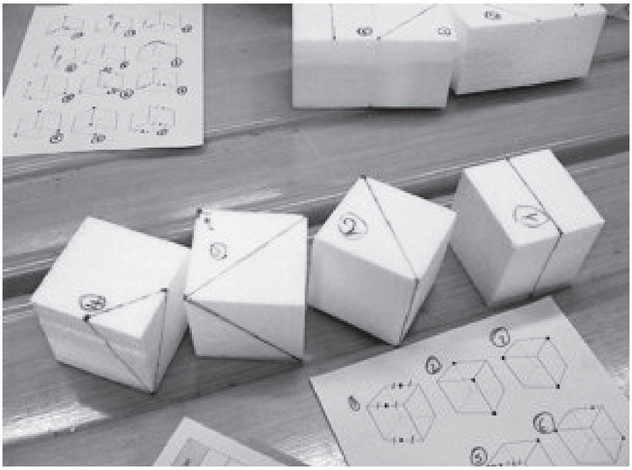

Figure 9 – Liaison des points sur un cube

Sans avoir eu de précisions sur comment faire, les élèves ont pris l'initiative de relier les points, quand cela était possible ; puis tous les élèves ont réussi à découper les douze sections demandées, certains avec une facilité déconcertante (Figure 3 et 4 comme exemples).

Après l'étape de découpe des sections du cube, un élève a même pris l'initiative de dessiner les sections sur la feuille de base, sans que j'en aie donné la consigne et surtout sans savoir comment faire. L'élève, grâce aux expériences proposées, a pu donc reconnaître les figures planes dans les sections du cube.

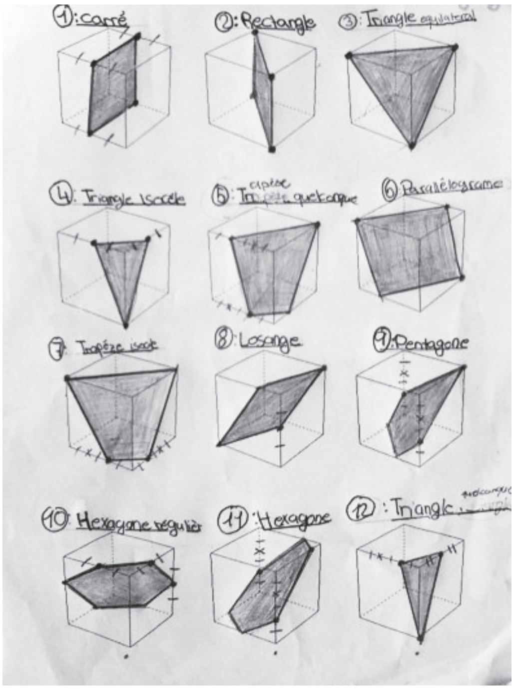

Figure 10 – Travail d'un élève sur les sections

En observant ce travail d'un élève d'une classe spéciale pour des enfants avec des difficultés scolaires, on constate qu'il a des conceptions déjà construites des différents quadrilatères et triangles.
Par exemple, il n'est pas évident de reconnaître un rectangle dans l'exemple du cube 2. L'élève qui reconnaît ces formes a probablement plus de chance d'arriver à les conceptualiser, il sera par conséquent plus facile d'institutionnaliser les propriétés des quadrilatères et triangles avec un tel élève.
Pour l'activité du cube géant relatée ci-dessus, mes constatations sont identiques : j'ai pu observer des élèves à leur aise dans l'espace, tous capables de produire les différentes sections, notamment l'hexagone régulier. A l'intérieur du cube géant et de la section hexagonale régulière, les élèves ont su répondre à ma question : « Que pouvez-vous me dire de cet hexagone ? »
Sans avoir abordé les propriétés de l'hexagone régulier, les élèves ont spontanément verbalisé et désigné les côtés parallèles de l'hexagone régulier. A la suite de cette démonstration, ils ont aussi montré les six axes de symétrie de ce même hexagone régulier à l'aide d'une droite formée de pailles assemblées :

Figure 11 – Désignation des axes de symétrie de l'hexagone régulier

CONCLUSION

Cette expérimentation m'amène à me poser une question : les élèves ont-ils réussi à transposer la théorie dans la pratique à travers une figure de plus de quatre côtés ?
La figure 8 montre, à mon avis, que les élèves se sont inspirés de l'expérience précédente sur les cubes en polystyrène, il y a probablement une dialectique entre les diverses expériences. Les liens entre expériences concrètes et théorie sont certainement aussi importants pour les élèves, afin qu'ils puissent, autant que possible, mieux conceptualiser, puis transposer les concepts dans d'autres situations. Cette dialectique, fort bien mise en évidence par Dias (2008), serait donc indispensable à la construction des concepts en géométrie.

RÉFÉRENCES[2]

Bachelard, G. (1938). *La formation de l'esprit scientifique*. Paris: Vrin.
Dias, T. (2008). *La dimension expérimentale des mathématiques: un levier pour l'enseignement et l'apprentissage.* Thèse de doctorat, Université Lyon 1.
Izard, V. & Pica, P. (2011). *Les intuitions en géométrie sont-elles universelles?* Consulté sur http://www.techno-science.net/?onglet=news&news=9177
Plan d'Etudes Romand (2011). Consulté sur http://www.plandetudes.ch/web/guest/home
Plan d'Etudes Vaudois (2003). Consulté sur http://www.vd.ch/fr/themes/formation/scolarite-obligatoire/plan-detude-vaudois/

2 Vous pouvez vous référez à un ancien article de Math Ecole (144) sur le site www.math-ecole.ch : « Une activité de recherche dans l'espace » par Serge Lugon (1990)."